



โครงการสอน

รหัสวิชา 3000-1525 ชื่อวิชา แคลคูลัส 1
(CALCULUS 1)

หลักสูตร ประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง พุทธศักราช 2546 (ปรับปรุง พุทธศักราช 2547)

แผนกวิชา สามัญสัมพันธ์ (วิทย์-คณิต)

อาจารย์ผู้สอน นางบุญนาถ พลเยี่ยม

วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา

AYUTTHAYA TECHNOLOGICAL COMMERCIAL COLLEGE

การวิเคราะห์หลักสูตรวิชา

3000-1525 แคลคูลัส 1

สมรรถนะของผู้เรียน

ระดับ 1

รู้ตั้งใจและรับรู้นิยาม กฎ และใช้สูตรในการคำนวณได้

ระดับ 2

เข้าใจและซักถาม นิยาม กฎวิธีการคำนวณได้อย่างถูกต้อง

ระดับ 3

นำสูตรไปใช้คำนวณแก้ปัญหาและยกตัวอย่างแล้วลอกเลียนแบบได้อย่างถูกต้อง

ระดับ 4

จำแนกสูตรตามแก้ปัญหาโจทย์และรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมายจนสำเร็จ

ระดับ 5

สามารถเปรียบเทียบการเลือกใช้สูตรอย่างรอบครอบเหมาะสมแล้วเกิดความคิดริเริ่ม วิธีการคิดคำนวณวิธีใหม่ๆ และประยุกต์ใช้แก้ปัญหาโจทย์อื่นได้

การประเมินคุณภาพ

สิ่งที่ใช้ประเมิน

ผลงาน

ลักษณะแสดงคุณภาพ

ความคิด , ประโยชน์ ,การประเมินคุณภาพ

รายการ	ระดับ		
	1	3	5
พุทธิพิสัย	ความรู้ / ความจำ	นำไปใช้	ประเมินค่า
ทักษะพิสัย	รับรู้จากการปฏิบัติ	การตอบสนอง	ริเริ่มสิ่งใหม่
จิตพิสัย	ตั้งใจ / รับรู้	เห็นคุณค่า	สร้างลักษณะนิสัย

คำอธิบาย

1	2	3	4	5
มีความรู้ในเรื่อง นิยาม,กฎ	มีความเข้าใจ นิยามและกฎ	คำนวณการใช้ สูตรแก้ปัญหาและ เปลี่ยนแปลง	จำแนกสูตรมา แก้ปัญหาโจทย์	ตัดสินใจ เปรียบเทียบได้ อย่างถูกต้อง
ใช้สูตรในการ คำนวณได้	คิดวิธีการคำนวณ ได้อย่างถูกต้อง	ยกตัวอย่างแล้ว ลอกเรียนแบบได้	ปฏิบัติตามตาม คำสั่งเพื่อสร้าง ความสัมพันธ์กับ เนื้อหาอื่น	หาวิธีการเกิดการ ริเริ่มการคำนวณวิธี ใหม่ๆได้
ตั้งใจและรับรู้ นิยามและกฎ	สามารถซักถาม นิยามและกฎ	นำสูตรไปใช้ใน การแก้ปัญหาให้ ถูกต้อง	รับผิดชอบงานที่ ได้รับมอบหมาย ได้สำเร็จ	มีนิสัยละเอียดรอบ ครอบในการ เลือกใช้สูตร ตรวจสอบการ คำนวณ

ลักษณะรายวิชา

รหัสและชื่อวิชา	3000-1525 แคลคูลัส 1
สภาพรายวิชา	วิชาสามัญพื้นฐานวิชาชีพ
ระดับวิชา	ปวส.
พื้นฐาน	คณิตศาสตร์ 2
เวลาเรียน	54 คาบ ตลอดภาคเรียน 18 สัปดาห์ ทฤษฎี 3 ชม ปฏิบัติ 0 - คาบ/ชม
หน่วยกิต	3 หน่วยกิต

จุดประสงค์รายวิชา

1. เพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจเรื่องลิมิต อนุพันธ์ อินทิกรัล การประยุกต์ และอินทิกรัล
2. ให้สามารถนำความรู้เรื่องลิมิต อนุพันธ์ อินทิกรัล การประยุกต์ และอินทิกรัลไปใช้ประกอบในวิชาชีพ
3. เพื่อให้มีเจตคติที่ดี และเกิดความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ เรื่องลิมิต อนุพันธ์ อินทิกรัล การประยุกต์ และอินทิกรัล

มาตรฐานรายวิชา

1. มีความรู้ความเข้าใจเรื่องลิมิต อนุพันธ์ อินทิกรัล การประยุกต์ และอินทิกรัล และนำไปใช้แก้ปัญหา
2. สามารถนำความรู้เรื่องลิมิต อนุพันธ์ อินทิกรัล การประยุกต์ และอินทิกรัลไปใช้ในวิชาชีพได้

คำอธิบายรายวิชา

ศึกษาเกี่ยวกับความหมายของลิมิต การหาลิมิตของฟังก์ชัน ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน กฎลิมิตของอนุพันธ์ อนุพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิต อนุพันธ์ฟังก์ชันตรีโกณมิติ และอินเวอร์สฟังก์ชันตรีโกณมิติ อนุพันธ์ฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลและลอการิทึม อนุพันธ์อันดับสูง กฎของลูกโซ่ การหาอนุพันธ์โดยปริยาย การประยุกต์ ของอนุพันธ์ ความเร็วและความเร่ง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด ค่าเชิงอนุพันธ์ อินทิกรัลฟังก์ชันพีชคณิต ฟังก์ชันตรีโกณมิติ และอินเวอร์สฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลและลอการิทึม เทคนิคการอินทิเกรต อินทิกรัลจำกัดเขต และการประยุกต์

โครงสร้างรายวิชา

3000-1525

แคลคูลัส 1

หน่วยการเรียนรู้	รายการสอน	คาบการเรียนรู้		
		ทฤษฎี	ปฏิบัติ	รวม
1	ปรุทนิเทศ 1. ลิมิต 1.1 ความหมายของลิมิต 1.2 ทฤษฎีของลิมิต 1.3 ลิมิตที่อนันต์ 1.4 ลิมิตข้างเดียว 1.5 ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน 1.6 นิยามความต่อเนื่องของฟังก์ชัน 1.7 ทฤษฎีที่สำคัญเกี่ยวกับความต่อเนื่องของฟังก์ชัน	6		6
2	2. อนุพันธ์ 2.1 การหาอนุพันธ์โดยใช้กฎสี่ชั้น 2.2 การหาอนุพันธ์โดยใช้สูตร 2.3 การหาอนุพันธ์ฟังก์ชันตรีโกณมิติ 2.4 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ 2.5 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล 2.6 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันลอการิทึม 2.7 การหาอนุพันธ์เชิงลอการิทึม 2.8 อนุพันธ์อันดับสูง 2.9 กฎลูกโซ่ 2.10 การหาอนุพันธ์โดยปริยาย 2.11 ความเร็วความเร่ง 2.12 การประยุกต์อนุพันธ์ ความชันของเส้นโค้ง 2.13 ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน	27		27

หน่วยการเรียนรู้	รายการสอน	คาบการเรียนรู้		
		ทฤษฎี	ปฏิบัติ	รวม
	2.14 อัตราสัมพัทธ์ 2.15 ค่าเชิงอนุพันธ์ 2.16 การประมาณค่า			
3	การอินทิเกรต 3.1 นิยามการอินทิเกรต 3.2 สูตรการอินทิเกรต 3.3 สูตรการอินทิเกรตฟังก์ชันตรีโกณมิติ 3.4 สูตรการอินทิเกรตที่ให้ผลเป็นฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ 3.5 การอินทิเกรตฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล 3.6 การอินทิเกรตฟังก์ชันลอการิทึม 3.7 เทคนิคการอินทิเกรต การอินทิเกรตทีละส่วน 3.8 การอินทิเกรตโดยการทำเป็นเศษส่วนย่อย 3.9 การอินทิเกรตฟังก์ชันตรีโกณมิติยกกำลัง 3.10 การอินทิเกรตโดยการแทนค่า 3.11 ทฤษฎีพื้นฐานของแคลคูลัส 3.12 การประยุกต์ของอินทิกรัลจำกัดเขต	24		24
	สอบปลายภาค	3		3
	รวม			60

การประเมินผลรายวิชา

วิชานี้ได้แบ่งเป็น 3 หน่วยเรียน และ แยกได้ 35 หัวข้อ

การวัดผลและประเมินผลจะดำเนินการดังนี้

1. วิธีการ ดำเนินการรวบรวมข้อมูล เพื่อการประเมินผล แยกเป็น 2 ส่วน

โดยแบ่งแยกคะแนนแต่ละส่วนจากคะแนนเต็ม 100 คะแนน (หรือตามที่โรงเรียนกำหนด สัดส่วนแต่ละรายวิชา)

1. คะแนนระหว่างภาคเรียน	60	คะแนน หรือ 60%
1.1 เวลาเข้าเรียน	10	คะแนน หรือ 10%
1.2 การทดสอบแต่ละหน่วยเรียน	30	คะแนน หรือ 30%
1.3 พิจารณาผลงานที่มอบหมาย	10	คะแนน หรือ 10%
1.4 พิจารณาการเข้าร่วมกิจกรรม	5	คะแนน หรือ 5%
1.5 พิจารณาทัศนคติความสนใจ	5	คะแนน หรือ 5%
2. คะแนนสอบปลายภาคเรียน	40	คะแนน หรือ 40%

2. เกณฑ์ผ่าน ผู้ที่จะผ่านรายวิชานี้จะต้อง

- 2.1 มีเวลาเข้าชั้นเรียนไม่ต่ำกว่า ร้อยละ 80
- 2.2 ต้องเข้าสอบปลายภาคเรียน
- 2.3 ได้ผลรวมคะแนนที่ได้ทั้งหมดต้องไม่ต่ำกว่า ร้อยละ 50

3. เกณฑ์ค่าระดับคะแนน

- 3.1 พิจารณาเกณฑ์ผ่านรายวิชาตามข้อ 2. ผู้ที่ไม่ผ่านเกณฑ์ข้อ 2. จะได้รับค่าระดับคะแนน 0 หรือ F
- 3.2 ผู้ที่สอบผ่านเกณฑ์ข้อ 2. จะได้รับค่าระดับคะแนนตามเกณฑ์ดังนี้
- 3.3 ผู้ที่สอบผ่านเกณฑ์ข้อ 2. จะได้รับค่าระดับคะแนนตามเกณฑ์ดังนี้

หลักสูตรกรมอาชีวศึกษา

คะแนนร้อยละ 80 – 100	ได้ 4
คะแนนร้อยละ 75 - 79	ได้ 3.5
คะแนนร้อยละ 70 – 74	ได้ 3
คะแนนร้อยละ 65 – 69	ได้ 2.5
คะแนนร้อยละ 60 - 64	ได้ 2
คะแนนร้อยละ 55 – 59	ได้ 1.5
คะแนนร้อยละ 50 – 59	ได้ 1
ต่ำกว่าร้อยละ 50	ได้ 0

รายวิชา

3000 - 1525

ชั้น

ปวศ.

[illegible]

ตารางวิเคราะห์หลักสูตรรายวิชา

วิชา 3000 – 1525 แคลคูลัส 1

ตารางเฉลี่ย

พฤติกรรม	พุทธิพิสัย						ทักษะพิสัย			จิตพิสัย	รวม	อันดับความสำคัญ	ประเมินผล / คาบเรียน
	ความรู้	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	วิเคราะห์	สังเคราะห์	ประเมินค่า	การเลียนแบบ	การลงมือทำตามแบบ	ความถูกต้อง	ความรับผิดชอบ มีระเบียบวินัย			
	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	100		
เนื้อหา													
1. ลิมิต	1.6	2	1.6	2.3	1.3	1.3	2.6	1.6	2	1	17.3		
2. อนุพันธ์	7	7.3	6	6.3	5.6	5.6	6.3	6	6.6	5.6	62.3		
3. การอินทิเกรต	7	6.6	5.6	6.3	6.3	5	6.3	6	4.6	2.3	56		
รวม	15.6	15.9	13.2	14.9	13.2	11.9	15.2	13.6	13.2	8.9	135.6		
อันดับความสำคัญ	2	1	6	4	7	9	3	5	8	10			

[illegible]

[illegible]

สมรรถนะแบบฉบับย่อย

ลำดับ	วัน/เดือน/ปี	คาบที่	รายการสอน	หมายเหตุ
1		1-3	ปฐมนิเทศ 1.1 ความหมายของลิมิต 1.2 ทฤษฎีของลิมิต 1.3 ลิมิตที่ค่าอนันต์	
2		4-6	1.4 ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน 1.5 นิยามความต่อเนื่องของฟังก์ชัน 1.6 ทฤษฎีที่สำคัญเกี่ยวกับความต่อเนื่องของฟังก์ชัน	
3		7-9	2.1 การหาอนุพันธ์โดยใช้กฎสี่ชั้น 2.2 การหาอนุพันธ์โดยใช้สูตร	
4		10-12	2.2 การหาอนุพันธ์โดยใช้สูตร (ต่อ) 2.3 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ	
5		13-15	2.4 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ	
6		16-18	2.5 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล 2.6 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันลอการิทึม	
7		19-21	2.7 การหาอนุพันธ์เชิงลอการิทึม 2.8 อนุพันธ์อันดับสูง	
8		22-24	2.9 กฎลูกโซ่ 2.10 การหาอนุพันธ์โดยปริยาย	

สัปดาห์	วัน/เดือน/ปี	คาบที่	รายการสอน	หมายเหตุ
9		25-27	2 อนุพันธ์ (ต่อ) 2.11 ความเร็วและความเร่ง 2.12 การประยุกต์อนุพันธ์ความชันของเส้นโค้ง	
10		28-30	2 อนุพันธ์ (ต่อ) 2.13 ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน 2.14 อัตราสัมพัทธ์	
11		31-33	2 อนุพันธ์ (ต่อ) 2.15 ค่าเชิงอนุพันธ์ 2.16 การประเมินค่า	
12		34-36	3 การอินทิเกรต 3.1 นิยามการอินทิเกรต 3.2 สูตรการอินทิเกรต 3.3 สูตรการอินทิเกรตฟังก์ชันตรีโกณมิติ	
13		37-39	3 การอินทิเกรต (ต่อ) 3.3 สูตรการอินทิเกรตฟังก์ชันตรีโกณมิติ (ต่อ) 3.4 สูตรการอินทิเกรตที่ให้ผลเป็นฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ	
14		40-42	3 การอินทิเกรต (ต่อ) 3.5 การอินทิเกรตฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล 3.6 การอินทิเกรตฟังก์ชันลอการิทึม	
15		43-45	3 การอินทิเกรต (ต่อ) 3.7 เทคนิคการอินทิเกรตการอินทิเกรตทีละส่วน 3.8 การอินทิเกรตโดยการทำเป็นเศษส่วนย่อย 3.9 การอินทิเกรตฟังก์ชันตรีโกณมิติยากกำลัง	
16		46-48	การอินทิเกรต 3.10 การอินทิเกรตโดยการแทนค่าด้วยฟังก์ชันตรีโกณมิติ 3.11 ทฤษฎีพื้นฐานของแคลคูลัส	
17		49-51	การอินทิเกรต 3.12 การประยุกต์ของอินทิกรัลจำกัดเขต	
18		52-54	สอบปลายภาค	

การประเมินผล

ด้าน พุทธิพิสัย 25 คะแนน

จุดประสงค์	เครื่องมือวัด	คะแนน	เกณฑ์ประเมิน	หมายเหตุ
1. บอกนิยามของลิมิตได้	ข้อสอบอัตนัย	5	ไม่ต่ำกว่า 3 คะแนน	ถ้าคะแนนไม่
2. อธิบายการหาลิมิตได้ เมื่อ กำหนดฟังก์ชันและเงื่อนไขให้ได้	ข้อสอบอัตนัย	15	ไม่ต่ำกว่า 10 คะแนน	ผ่านเกณฑ์ มาตรฐาน
3. บอกนิยามความต่อเนื่องของ ฟังก์ชันได้	ข้อสอบอัตนัย	5	ไม่ต่ำกว่า 5 คะแนน	สามารถสอบ ผ่านเสริมได้

การประเมินผล

ด้าน ทักษะพิสัย 65 คะแนน

จุดประสงค์	เครื่องมือวัด	คะแนน	เกณฑ์ประเมิน	หมายเหตุ
4. คำนวณความแตกต่างของลิมิตกับลิมิตอนันต์ได้	ข้อสอบอัตนัย	30	ไม่ต่ำกว่า 20 คะแนน	ถ้าคะแนนไม่ผ่านเกณฑ์
5. คำนวณโดยใช้ทฤษฎีลิมิตตรวจสอบได้ถูกต้อง	ข้อสอบอัตนัย	15	ไม่ต่ำกว่า 9 คะแนน	มาตรฐานสามารถสอบผ่านเสริมได้
6. กำหนดโจทย์ลิมิตอย่างง่ายด้วยตนเอง	ข้อสอบอัตนัย	30	ไม่ต่ำกว่า 20 คะแนน	

การประเมินผล

ด้าน จิตพิสัย 10 คะแนน

จุดประสงค์	เครื่องมือวัด	คะแนน	เกณฑ์ประเมิน	หมายเหตุ
7. คุณธรรม จริยธรรม คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	แบบประเมิน	10	ไม่ต่ำกว่า 6 คะแนน	ถ้าคะแนนไม่ ผ่านเกณฑ์ มาตรฐาน สามารถสอบ ผ่านเสริมได้

แบบประเมิน ด้านจิตพิสัย (จุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อที่ 7)

[illegible]

เกณฑ์การวัด ความมีมนุษยสัมพันธ์ 2 คะแนน

- แสดงกริยาท่าทางสุภาพใช้ได้ 1 คะแนน ปรับปรุง 0
- ให้ความร่วมมือกับผู้อื่นได้ 1 คะแนน ปรับปรุง 0

มีวินัย 2 คะแนน

- การแต่งกายถูกระเบียบ ถูกต้อง 1 คะแนน ปรับปรุง 0
- การตรงต่อเวลา 1 คะแนน ปรับปรุง 0

ความรับผิดชอบ 2 คะแนน

- มีความพร้อมในการเรียน 1 คะแนน ปรับปรุง 0
- ปฏิบัติงานด้วยความตั้งใจ 1 คะแนน ปรับปรุง 0

ความเชื่อมั่น 2 คะแนน

- กล้าแสดงความคิดเห็น 1 คะแนน ปรับปรุง 0
- กล้าซักถามปัญหาข้อสงสัย 1 คะแนน ปรับปรุง 0

มีสัมมาคารวะ 2 คะแนน

- แสดงความเคารพครู-อาจารย์สม่ำเสมอ 2 คะแนน ปรับปรุง 0

การประเมินผล

ด้าน พุทธิพิสัย 25 คะแนน

จุดประสงค์	เครื่องมือวัด	คะแนน	เกณฑ์ประเมิน	หมายเหตุ
1. บอกนิยามของลิมิตได้	ข้อสอบอัตนัย	5	ไม่ต่ำกว่า 3 คะแนน	ถ้าคะแนนไม่ผ่านเกณฑ์มาตรฐานสามารถสอบผ่านเสริมได้
2. อธิบายการหาลิมิตได้ เมื่อกำหนดฟังก์ชันและเงื่อนไขให้ได้	ข้อสอบอัตนัย	15	ไม่ต่ำกว่า 10 คะแนน	
3. บอกนิยามความต่อเนื่องของฟังก์ชันได้	ข้อสอบอัตนัย	5	ไม่ต่ำกว่า 5 คะแนน	

การประเมินผล

ด้าน ทักษะพิสัย 65 คะแนน

จุดประสงค์	เครื่องมือวัด	คะแนน	เกณฑ์ประเมิน	หมายเหตุ
4. คำนวณความแตกต่างของลิมิตกับลิมิตอนันต์ได้	ข้อสอบอัตนัย	30	ไม่ต่ำกว่า 20 คะแนน	ถ้าคะแนนไม่ผ่านเกณฑ์
5. คำนวณโดยใช้ทฤษฎีลิมิตตรวจสอบได้ถูกต้อง	ข้อสอบอัตนัย	15	ไม่ต่ำกว่า 9 คะแนน	มาตรฐานสามารถสอบผ่านเสริมได้
6. กำหนดโจทย์ลิมิตอย่างง่ายด้วยตนเอง	ข้อสอบอัตนัย	30	ไม่ต่ำกว่า 20 คะแนน	

การประเมินผล

ด้าน จิตพิสัย 10 คะแนน

จุดประสงค์	เครื่องมือวัด	คะแนน	เกณฑ์ประเมิน	หมายเหตุ
7. คุณธรรม จริยธรรม คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	แบบประเมิน	10	ไม่ต่ำกว่า 6 คะแนน	ถ้าคะแนนไม่ ผ่านเกณฑ์ มาตรฐาน สามารถสอบ ผ่านเสริมได้

แบบประเมิน ด้านจิตพิสัย (จุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อที่ 7)

[illegible]

เกณฑ์การวัด ความมีมนุษยสัมพันธ์ 2 คะแนน

- แสดงกริยาท่าทางสุภาพใช้ได้ 1 คะแนน ปรับปรุง 0
- ให้ความร่วมมือกับผู้อื่นได้ 1 คะแนน ปรับปรุง 0

มีวินัย 2 คะแนน

- การแต่งกายถูกระเบียบ ถูกต้อง 1 คะแนน ปรับปรุง 0
- การตรงต่อเวลา 1 คะแนน ปรับปรุง 0

ความรับผิดชอบ 2 คะแนน

- มีความพร้อมในการเรียน 1 คะแนน ปรับปรุง 0
- ปฏิบัติงานด้วยความตั้งใจ 1 คะแนน ปรับปรุง 0

ความเชื่อมั่น 2 คะแนน

- กล้าแสดงความคิดเห็น 1 คะแนน ปรับปรุง 0
- กล้าซักถามปัญหาข้อสงสัย 1 คะแนน ปรับปรุง 0

มีสัมมาคารวะ 2 คะแนน

- แสดงความเคารพครู-อาจารย์สม่ำเสมอ 2 คะแนน ปรับปรุง 0

การประเมินผล

ด้าน พุทธิพิสัย 4 คะแนน

จุดประสงค์	เครื่องมือวัด	คะแนน	เกณฑ์ประเมิน	หมายเหตุ
1. อธิบายค่าของฟังก์ชันของอนุพันธ์ใดๆ	ข้อสอบอัตนัย	4	ไม่ต่ำกว่า 2 คะแนน	ถ้าคะแนนไม่ผ่านเกณฑ์มาตรฐานสามารถสอบผ่านเสริมได้

การประเมินผล

ด้าน ทักษะพิสัย 86 คะแนน

จุดประสงค์	เครื่องมือวัด	คะแนน	เกณฑ์ประเมิน	หมายเหตุ
2. คำนวณหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน โดยใช้กฎสี่ชั้น , โดยใช้สูตร , ตรีโกณมิติ , ผลผัณของฟังก์ชัน ตรีโกณมิติ , เอกซ์โปเนนเชียล , ลอการิทึม , กฎลูกโซ่ , โดยปริยาย	ข้อสอบอัตนัย	50	ไม่ต่ำกว่า 28 คะแนน	ถ้าคะแนนไม่ผ่านเกณฑ์มาตรฐานสามารถสอบผ่านเสริมได้
3. คำนวณหาความชันของเส้นโค้ง , หาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันและการประยุกต์ใช้	ข้อสอบอัตนัย	10	ไม่ต่ำกว่า 6 คะแนน	
4. คำนวณเกี่ยวกับความเร็วและความเร่งและการประยุกต์ใช้	ข้อสอบอัตนัย	5	ไม่ต่ำกว่า 3 คะแนน	
5. คำนวณเกี่ยวกับอัตราสัมพัทธ์และการประยุกต์ใช้ได้	ข้อสอบอัตนัย	5	ไม่ต่ำกว่า 3 คะแนน	
6. หาค่าเชิงอนุพันธ์และหาค่าโดยประมาณของจำนวนที่กำหนดให้ได้	ข้อสอบอัตนัย	16	ไม่ต่ำกว่า 10 คะแนน	

การประเมินผล

ด้าน จิตพิสัย 10 คะแนน

จุดประสงค์	เครื่องมือวัด	คะแนน	เกณฑ์ประเมิน	หมายเหตุ
7. คุณธรรม จริยธรรม คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	แบบประเมิน	10	ไม่ต่ำกว่า 6 คะแนน	ถ้าคะแนนไม่ ผ่านเกณฑ์ มาตรฐาน สามารถสอบ ผ่านเสริมได้

แบบประเมิน ด้านจิตพิสัย (จุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อที่ 7)

[illegible]

เกณฑ์การวัด ความมีมนุษยสัมพันธ์ 2 คะแนน

- แสดงกริยาท่าทางสุภาพใช้ได้ 1 คะแนน ปรับปรุง 0
- ให้ความร่วมมือกับผู้อื่นได้ 1 คะแนน ปรับปรุง 0

มีวินัย 2 คะแนน

- การแต่งกายถูกระเบียบ ถูกต้อง 1 คะแนน ปรับปรุง 0
- การตรงต่อเวลา 1 คะแนน ปรับปรุง 0

ความรับผิดชอบ 2 คะแนน

- มีความพร้อมในการเรียน 1 คะแนน ปรับปรุง 0
- ปฏิบัติงานด้วยความตั้งใจ 1 คะแนน ปรับปรุง 0

ความเชื่อมั่น 2 คะแนน

- กล้าแสดงความคิดเห็น 1 คะแนน ปรับปรุง 0
- กล้าซักถามปัญหาข้อสงสัย 1 คะแนน ปรับปรุง 0

มีสัมมาคารวะ 2 คะแนน

- แสดงความเคารพครู-อาจารย์สม่ำเสมอ 2 คะแนน ปรับปรุง 0

การประเมินผล

ด้าน พุทธิพิสัย 15 คะแนน

จุดประสงค์	เครื่องมือวัด	คะแนน	เกณฑ์ประเมิน	หมายเหตุ
1. บอกนิยามของการอินทิเกรตได้	ข้อสอบอัตนัย	5	ไม่ต่ำกว่า 3 คะแนน	ถ้าคะแนนไม่ผ่านเกณฑ์มาตรฐานสามารถสอบผ่านเสริมได้
2. บอกสูตรของการอินทิเกรตพีชคณิตได้	ข้อสอบอัตนัย	5	ไม่ต่ำกว่า 3 คะแนน	
3.อธิบายเกี่ยวกับทฤษฎีพื้นฐานของแคลคูลัส	ข้อสอบอัตนัย	5	ไม่ต่ำกว่า 3 คะแนน	

การประเมินผล

ด้าน ทักษะพิสัย 75 คะแนน

จุดประสงค์	เครื่องมือวัด	คะแนน	เกณฑ์ประเมิน	หมายเหตุ
4. คำนวณการอินทิเกรตของฟังก์ชันพีชคณิต	ข้อสอบอัตนัย	10	ไม่ต่ำกว่า 6 คะแนน	ถ้าคะแนนไม่ผ่านเกณฑ์ มาตรฐาน สามารถสอบผ่านเสริมได้
5. คำนวณการอินทิเกรตฟังก์ชันตรีโกณมิติได้, การอินทิเกรตที่ให้ผลเป็นฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ, การอินทิเกรตฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม	ข้อสอบอัตนัย	20	ไม่ต่ำกว่า 12 คะแนน	
6. คำนวณการอินทิเกรตทีละส่วน, การอินทิเกรตโดยการทำให้เป็นเศษส่วนย่อย, การอินทิเกรตโดยการแทนค่า	ข้อสอบอัตนัย	15	ไม่ต่ำกว่า 7 คะแนน	
7. คำนวณอินทิกรัลจำกัดเขต	ข้อสอบอัตนัย	15	ไม่ต่ำกว่า 6 คะแนน	
8. คำนวณหาพื้นที่ในระนาบโดยใช้การอินทิกรัลจำกัดเขตได้	ข้อสอบอัตนัย	20	ไม่ต่ำกว่า 13 คะแนน	

การประเมินผล

ด้าน จิตพิสัย 10 คะแนน

จุดประสงค์	เครื่องมือวัด	คะแนน	เกณฑ์ประเมิน	หมายเหตุ
7. คุณธรรม จริยธรรม คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	แบบประเมิน	10	ไม่ต่ำกว่า 6 คะแนน	ถ้าคะแนนไม่ ผ่านเกณฑ์ มาตรฐาน สามารถสอบ ผ่านเสริมได้

แบบประเมิน ด้านจิตพิสัย (จุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อที่ 7)

[illegible]

เกณฑ์การวัด ความมีมนุษยสัมพันธ์ 2 คะแนน

- แสดงกริยาท่าทางสุภาพใช้ได้ 1 คะแนน ปรับปรุง 0
- ให้ความร่วมมือกับผู้อื่นได้ 1 คะแนน ปรับปรุง 0

มีวินัย 2 คะแนน

- การแต่งกายถูกระเบียบ ถูกต้อง 1 คะแนน ปรับปรุง 0
- การตรงต่อเวลา 1 คะแนน ปรับปรุง 0

ความรับผิดชอบ 2 คะแนน

- มีความพร้อมในการเรียน 1 คะแนน ปรับปรุง 0
- ปฏิบัติงานด้วยความตั้งใจ 1 คะแนน ปรับปรุง 0

ความเชื่อมั่น 2 คะแนน

- กล้าแสดงความคิดเห็น 1 คะแนน ปรับปรุง 0
- กล้าซักถามปัญหาข้อสงสัย 1 คะแนน ปรับปรุง 0

มีสัมมาคารวะ 2 คะแนน

- แสดงความเคารพครู-อาจารย์สม่ำเสมอ 2 คะแนน ปรับปรุง 0

ตารางวิเคราะห์การประเมินผลตามสภาพจริง

ลำดับ	จุดประสงค์การเรียนรู้	เครื่องมือวัด	จำนวนข้อ	คะแนน	หมายเหตุ
1	บอกนิยามของลิมิตได้	ข้อสอบอัตนัย	1	5	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ไม่ผ่านครูผู้สอนสามารถสอนซ่อมเสริมได้
2	อธิบายการหาลิมิตได้ เมื่อกำหนดฟังก์ชัน และเงื่อนไขได้	ข้อสอบอัตนัย	3	15	
3	บอกนิยามความต่อเนื่องของฟังก์ชันได้	ข้อสอบอัตนัย	1	5	
4	คำนวณความแตกต่างของลิมิตกับลิมิตอนันต์ได้	ข้อสอบอัตนัย	15	30	
5	คำนวณใช้ทฤษฎีลิมิตตรวจสอบได้ถูกต้อง	ข้อสอบอัตนัย	3	15	
6	กำหนดโจทย์ลิมิตอย่างง่ายด้วยตนเองได้	ข้อสอบอัตนัย	10	30	
7	คุณธรรม จริยธรรม คุณลักษณะอันพึงประสงค์	แบบประเมิน		10	
				100	

ตารางวิเคราะห์การประเมินผลตามสภาพจริง

ลำดับ	จุดประสงค์การเรียนรู้	เครื่องมือวัด	จำนวนข้อ	คะแนน	หมายเหตุ
1	อธิบายค่าของอนุพันธ์ของฟังก์ชันใดๆ	ข้อสอบอัตนัย	2	4	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ไม่ผ่านครูผู้สอนสามารถสอนซ่อมเสริมได้
2	คำนวณหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน โดยใช้กฎสี่ชั้น , โดยใช้สูตร , ตรีโกณมิติ , ผกผันของฟังก์ชัน ตรีโกณมิติ , เอกซ์โปเนนเชียล , ลอการิทึม , กฎลูกโซ่ , โดยปริยาย	ข้อสอบอัตนัย	10	50	
3	คำนวณหาความชันของเส้นโค้ง , หาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันและการประยุกต์ใช้	ข้อสอบอัตนัย	2	10	
4	คำนวณเกี่ยวกับความเร็วและความเร่งและการประยุกต์ใช้	ข้อสอบอัตนัย	1	5	
5	คำนวณเกี่ยวกับอัตราสัมพัทธ์และการประยุกต์ใช้ได้	ข้อสอบอัตนัย	1	5	
6	หาค่าเชิงอนุพันธ์และหาค่าโดยประมาณของจำนวนที่กำหนดให้ได้	ข้อสอบอัตนัย	4	16	
7	คุณธรรม จริยธรรม คุณลักษณะอันพึงประสงค์	แบบประเมิน		10	
				100	

ตารางวิเคราะห์การประเมินผลตามสภาพจริง

ลำดับ	จุดประสงค์การเรียนรู้	เครื่องมือวัด	จำนวนข้อ	คะแนน	หมายเหตุ
1	บอกนิยามการอินทิเกรตได้	ข้อสอบอัตนัย	1	5	จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ไม่ผ่านครูผู้สอนสามารถสอนซ่อมเสริมได้
2	บอกสูตรของการอินทิเกรตพีชคณิตได้	ข้อสอบอัตนัย	1	5	
3	อธิบายเกี่ยวกับทฤษฎีพื้นฐานของแคลคูลัส	ข้อสอบอัตนัย	1	5	
4	คำนวณการอินทิเกรตของฟังก์ชันพีชคณิต	ข้อสอบอัตนัย	2	10	
5	คำนวณการอินทิเกรตฟังก์ชันตรีโกณมิติได้ , การอินทิเกรตที่ให้ผลเป็นฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ , การอินทิเกรตฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม	ข้อสอบอัตนัย	4	20	
6	คำนวณการอินทิเกรตทีละส่วน , การอินทิเกรตโดยการทำให้เป็นเศษส่วนย่อย , การอินทิเกรตโดยการแทนค่า	ข้อสอบอัตนัย	3	15	
7	คำนวณอินทิกรัลจำกัดเขต	ข้อสอบอัตนัย	2	10	
8	คำนวณหาพื้นที่ในระนาบโดยใช้การอินทิกรัลจำกัดเขตได้	ข้อสอบอัตนัย	2	20	
9	คุณธรรม จริยธรรม คุณลักษณะอันพึงประสงค์	แบบประเมิน		10	
				100	

เกณฑ์การวัดผลและประเมินผลงานเป็นระดับคะแนน

หัวข้อ	รายการประเมิน	คะแนนที่ได้รับ		
		คะแนนเต็ม	ผู้สอน	ผู้เรียน
1	ตั้งใจ / สนใจการปฏิบัติงาน			
2	รู้จักวิธีการคำนวณได้ถูกต้อง			
3	ส่งงานตรงต่อเวลา มีชิ้นงานครบ			
	รวม			

ระดับคุณภาพของผู้เรียน

ระดับ 1 คะแนนระหว่าง 1-3 คะแนน

ระดับ 2 คะแนนระหว่าง 4-7 คะแนน

ระดับ 3 คะแนนระหว่าง 8-10 คะแนน

ลงชื่อ

()

/ /

แผนเตรียมการสอน

สัปดาห์ที่ 1	วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา	วันที่
รหัส 3000-1525	วิชา แคลคูลัส 1	ท-ป-น 3-0-3
หน่วยที่ 1	ชื่อหน่วย ลิมิต	เวลา 3 คาบ

เรื่อง ลิมิต

สาระการเรียนรู้

1. ความหมายของลิมิต
2. ทฤษฎีของลิมิต
3. ลิมิตอนันต์

สาระสำคัญ

การหาค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่จุด $x=a$ ใดๆ หาได้โดยการแทนค่า x ด้วย a จะได้ค่าคงที่ ค่าหนึ่งเป็นค่าของฟังก์ชัน

มาตรฐานการเรียนรู้

1. บอกความหมายของลิมิตได้
2. หาค่าลิมิตได้เมื่อกำหนดฟังก์ชันและเงื่อนไขให้ได้
3. หาค่าลิมิตอนันต์ได้
4. สามารถใช้ทฤษฎีลิมิตในการคำนวณค่าลิมิตได้

กระบวนการเรียนรู้

ขั้นนำ

- ปฐมนิเทศ
- ผู้สอนทักทายผู้เรียน สร้างความคุ้นเคย แนะนำตนเอง
- เกริ่นนำ เข้าเนื้อหา

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผู้สอนให้ผู้เรียนแนะนำตนเอง ชักถามประวัติ
2. ผู้สอนชี้แจงเกี่ยวกับเนื้อหาที่จะเรียนในภาคนี้ ตลอดจนการปฏิบัติตนในขณะเรียนการจัดการเรียนการสอน การวัดและการประเมินผล คุณธรรม จริยธรรม ค่านิยมและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่บูรณาการในการเรียนการสอนแคลคูลัส 1
3. ผู้สอนอธิบายความหมายของคำว่า “ลิมิต”
4. ผู้สอนอธิบายการหาลิมิตทางซ้าย และลิมิตทางขวา พร้อมยกตัวอย่างประกอบ
5. ผู้เรียนช่วยกันเสนอความคิดบ้าง

ขั้นสรุป

ผู้สอนและผู้เรียนช่วยกันสรุปเนื้อหาลิมิตที่อ่อนดัด

กระบวนการวัดและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. ประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์
2. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด ลิมิต

เครื่องมือวัดผล

1. แบบประเมินผลคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยผู้สอน และผู้เรียน
2. แบบฝึกหัด

เกณฑ์การประเมิน

1. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ครั้งละ 10 คะแนน โดยตั้งเกณฑ์ได้ 7 คะแนนผ่าน
2. ตรวจแบบฝึกหัดเก็บคะแนน

แหล่งการเรียนรู้ / สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอน

1. หนังสือคณิตศาสตร์ แคลคูลัส 1 (3000-1525)
2. ชาร์ตสูตร
3. ห้องสมุดของวิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา

แผนเตรียมการสอน

สัปดาห์ที่ 2	วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา	วันที่
รหัส 3000-1525	วิชา แคลคูลัส 1	ท-ป-น 3 – 0 – 3
หน่วยที่ 1	ชื่อหน่วย ลิมิต	เวลา 3 คาบ

เรื่อง ลิมิต (ต่อ)

สาระการเรียนรู้

- 1.4 ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
- 1.5 นิยามความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
- 1.6 ทฤษฎีที่สำคัญเกี่ยวกับความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

สาระสำคัญ

ความต่อเนื่องของฟังก์ชันเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการศึกษาแคลคูลัส และฟังก์ชันที่จะหาอนุพันธ์ได้
ต้องเป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง

มาตรฐานการเรียนรู้

1. บอกนิยามความต่อเนื่องของฟังก์ชันได้
2. สามารถใช้ทฤษฎีความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
3. ตรวจสอบความต่อเนื่องของฟังก์ชันได้

กระบวนการเรียนรู้

ขั้นนำ

- ผู้สอนทบทวน การหาลิมิต การแทนค่าของสมการ
- ผู้สอนทบทวนเรื่อง เลขยกกำลัง

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผู้เรียนศึกษาการแทนค่าของตัวแปร
2. ผู้เรียนศึกษาจากหนังสือคณิตศาสตร์ แคลคูลัส 1
3. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัด
4. ผู้เรียนออกนำเสนอหน้าชั้นเรียน

ขั้นสรุป

- ทบทวนเนื้อหาที่เรียนมาแล้ว
- ผู้สอนและผู้เรียนช่วยกันสรุป เพื่อนำไปจำได้ง่ายขึ้น

กระบวนการวัดและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. ประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์
2. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดของฟังก์ชันต่อเนื่อง

เครื่องมือวัดผล

1. แบบประเมินผลคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยผู้สอน และผู้เรียน
2. แบบฝึกหัด

เกณฑ์การประเมิน

1. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ครั้งละ 10 คะแนน โดยตั้งเกณฑ์ได้ 7 คะแนนผ่าน
2. ตรวจแบบฝึกหัดเก็บคะแนน

แหล่งการเรียนรู้ / สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอน

1. หนังสือคณิตศาสตร์ แคลคูลัส 1 (3000-1525)
2. ชาร์ตสูตร
3. ห้องสมุดของวิทยาลัยเทคโนโลยีพัฒนชกการอยุธยา

แผนเตรียมการสอน

สัปดาห์ที่ 3	วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา	วันที่
รหัส 3000-1525	วิชา แคลคูลัส 1	ท-ป-น 3 – 0 – 3
หน่วยที่ 2	ชื่อหน่วย อนุพันธ์	เวลา 3 คาบ

เรื่อง อนุพันธ์

สาระการเรียนรู้

- 1.1 การหาอนุพันธ์โดยใช้กฎสี่ชั้น
- 1.2 การหาอนุพันธ์โดยใช้สูตร

สาระสำคัญ

การเปลี่ยนแปลงในจุดเล็กๆ สามารถอธิบายได้ด้วยอนุพันธ์ของฟังก์ชัน

มาตรฐานการเรียนรู้

- 1.1 หาค่าอนุพันธ์โดยใช้กฎสี่ชั้นได้
- 1.2 หาค่าอนุพันธ์โดยใช้สูตรได้

กระบวนการเรียนรู้

ขั้นนำ

- ทบทวน การหาลิ้มิต
- ทบทวนการคูณพหุนาม

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผู้สอนอธิบายการหาอนุพันธ์ โดยใช้กฎสี่ขั้น
2. ผู้สอนอธิบายตัวอย่างการหาอนุพันธ์
3. ผู้สอนซักถามผู้เรียน เรื่องการหาอนุพันธ์
4. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัด
5. ผู้สอนอธิบายการหาอนุพันธ์โดยใช้สูตร
6. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

ขั้นสรุป

- ผู้สอนและผู้เรียนดูข้อแตกต่างการหาอนุพันธ์ทั้ง 2 อย่าง

กระบวนการวัดและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. ประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์
2. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดการหาอนุพันธ์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบประเมินผลคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยผู้สอนและผู้เรียน
2. แบบฝึกหัด

เกณฑ์การประเมิน

1. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ครั้งละ 10 คะแนน โดยตั้งเกณฑ์ได้ 7 คะแนนผ่าน
2. ตรวจแบบฝึกหัดเก็บคะแนน

แหล่งการเรียนรู้ / สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอน

1. หนังสือคณิตศาสตร์ แคลคูลัส 1 (3000-1525)
2. ชาร์ทสูตร
3. ห้องสมุดของวิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา

แผนเตรียมการสอน

สัปดาห์ที่ 4	วิทยาลัยเทคโนโลยีพัฒนการอยุธยา	วันที่
รหัส 3000-1525	วิชา แคลคูลัส 1	ท-ป-น 3 – 0 – 3
หน่วยที่ 2	ชื่อหน่วย อนุพันธ์	เวลา 3 คาบ

เรื่อง อนุพันธ์ (ต่อ)

สาระการเรียนรู้

- 1.1 การหาอนุพันธ์โดยใช้สูตร
- 1.2 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

สาระสำคัญ

อนุพันธ์เป็นเรื่องที่มีความสำคัญต่อการศึกษาคณิตศาสตร์ ในระดับสูงเป็นอย่างยิ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสาขาอื่นๆ

มาตรฐานการเรียนรู้

- 1.1 หาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตรได้
- 1.2 หาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติได้

กระบวนการเรียนรู้

ขั้นนำ

- ผู้สอนทบทวนการหาอนุพันธ์เบื้องต้น
- ทบทวนตรีโกณมิติเกี่ยวกับมุม $\sin$, $\cos$, $\tan$, ...
- เข้าเนื้อหาการหาอนุพันธ์ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผู้สอนศึกษาการหาอนุพันธ์ฟังก์ชันตรีโกณมิติจากสูตร
2. ผู้เรียนลองปฏิบัติเขียนแบบสูตร ศึกษาจากตัวอย่างในหนังสือแคลคูลัส 1
3. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน
4. ผู้เรียนส่งตัวแทนสาธิตหน้าชั้นเรียน

ขั้นสรุป

- ผู้สอนและผู้เรียนช่วยกันสรุปข้อแตกต่างการใช้สูตร , สูตรตรีโกณมิติ

กระบวนการวัดและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. ประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์
2. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดตรีโกณมิติ

เครื่องมือวัดผล

1. แบบประเมินผลคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยผู้สอนและผู้เรียน
2. แบบฝึกหัด

เกณฑ์การประเมิน

1. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ครั้งละ 10 คะแนน โดยตั้งเกณฑ์ได้ 7 คะแนนผ่าน
2. ตรวจแบบฝึกหัดเก็บคะแนน

แหล่งการเรียนรู้ / สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอน

1. หนังสือคณิตศาสตร์ แคลคูลัส 1 (3000-1525)
2. ชาร์ตสูตร
3. ห้องสมุดของวิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา

แผนเตรียมการสอน

สัปดาห์ที่ 5	วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา	วันที่
รหัส 3000-1525	วิชา แคลคูลัส 1	ท-ป-น 3 – 0 – 3
หน่วยที่ 2	ชื่อหน่วย อนุพันธ์	เวลา 3 คาบ

เรื่อง อนุพันธ์ (ต่อ)

สาระการเรียนรู้

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ (ต่อ)

สาระสำคัญ

อนุพันธ์เป็นเรื่องที่มีความสำคัญต่อการศึกษาคณิตศาสตร์ ในระดับสูงเป็นอย่างยิ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสาขาอื่นๆ

มาตรฐานการเรียนรู้

หาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติได้

กระบวนการเรียนรู้

ขั้นนำ

- ทบทวนการหาอนุพันธ์ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผู้สอนอธิบายตัวอย่างการหาอนุพันธ์ฟังก์ชันตรีโกณมิติ
2. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดเลียนแบบตัวอย่างที่อธิบาย
3. ผู้เรียนส่งตัวแทนสาธิตหน้าชั้นเรียน

ขั้นสรุป

- ผู้สอนและผู้เรียนช่วยกันสรุปการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

กระบวนการวัดและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. ประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์
2. สังเกตการหาอนุพันธ์ตรีโกณมิติ

เครื่องมือวัดผล

1. แบบประเมินผลคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยผู้สอน และผู้เรียน
2. แบบฝึกหัด

เกณฑ์การประเมิน

1. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ครั้งละ 10 คะแนน โดยตั้ง เกณฑ์ได้ 7 คะแนนผ่าน
2. ตรวจแบบฝึกหัดเก็บคะแนน

แหล่งการเรียนรู้ / สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอน

1. หนังสือคณิตศาสตร์ แคลคูลัส 1 (3000-1525)
2. ชาร์ทสูตร
3. ห้องสมุดของวิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา

แผนเตรียมการสอน

สัปดาห์ที่ 6	วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา	วันที่
รหัส 3000-1525	วิชา แคลคูลัส 1	ท-ป-น 3 – 0 – 3
หน่วยที่ 2	ชื่อหน่วย อนุพันธ์	เวลา 3 คาบ

เรื่อง อนุพันธ์ (ต่อ)

สาระการเรียนรู้

- การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล
- การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันลอการิทึม

สาระสำคัญ

อนุพันธ์เป็นเรื่องที่มีความสำคัญต่อการศึกษาคณิตศาสตร์ ในระดับสูงเป็นอย่างยิ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสาขาอื่นๆ ได้เกือบทุกสาขา

มาตรฐานการเรียนรู้

- หาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลได้
- หาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันลอการิทึมได้

กระบวนการเรียนรู้

ขั้นนำ

- ทบทวนเลขยกกำลัง
- ทบทวนการหาอนุพันธ์โดยใช้สูตร

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผู้เรียนศึกษาจากหนังสือแคลคูลัส 1
2. ผู้เรียนศึกษาสูตรการหาอนุพันธ์ฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลและการหาอนุพันธ์ลอการิทึม
3. ผู้สอนอธิบายวิธีการนำสูตรไปใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์
4. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

ขั้นสรุป

- ผู้สอนและผู้เรียนช่วยกันสรุปการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีเอกซ์โปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

กระบวนการวัดและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. ประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์
2. สังเกตจากแบบฝึกหัดฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

เครื่องมือวัดผล

1. แบบประเมินผลคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยผู้สอนและผู้เรียน
2. แบบฝึกหัด

เกณฑ์การประเมิน

1. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ครั้งละ 10 คะแนน โดยตั้งเกณฑ์ได้ 7 คะแนนผ่าน
2. ตรวจแบบฝึกหัดเก็บคะแนน

แหล่งการเรียนรู้ / สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอน

1. หนังสือคณิตศาสตร์ แคลคูลัส 1 (3000-1525)
2. ชาร์ทสูตร
3. ห้องสมุดของวิทยาลัยเทคโนโลยีพัฒนชกการอยุธยา

แผนเตรียมการสอน

สัปดาห์ที่ 7	วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา	วันที่
รหัส 3000-1525	วิชา แคลคูลัส 1	ท-ป-น 3 – 0 – 3
หน่วยที่ 2	ชื่อหน่วย อนุพันธ์	เวลา 3 คาบ

เรื่อง อนุพันธ์ (ต่อ)

สาระการเรียนรู้

- การหาอนุพันธ์เชิงลอการิทึม
- อนุพันธ์อันดับสูง

สาระสำคัญ

อนุพันธ์ของฟังก์ชันที่อยู่ในรูปผลคูณ ผลหาร เศษส่วนหรือเลขยกกำลัง สามารถทำให้ง่ายขึ้น โดยใช้ลอการิทึมธรรมชาติมาช่วยทำ

อนุพันธ์อันดับสูงหามากกว่า 1 ครั้ง

มาตรฐานการเรียนรู้

- หาค่าอนุพันธ์ลอการิทึมได้
- หาค่าอนุพันธ์อันดับสูงได้

กระบวนการเรียนรู้

ขั้นนำ

- ทบทวนการหาอนุพันธ์
- ทบทวนเลขยกกำลังและลอการิทึม

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผู้เรียนศึกษาเอกสารประกอบการเรียน
2. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัด โดยศึกษาจากตัวอย่างและใช้สูตรประกอบ
3. ผู้เรียนออกมาทำหน้าชั้นเรียน โดยส่งตัวแทนกลุ่ม
4. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดส่งอย่างน้อย คนละ 5 ข้อ

ขั้นสรุป

- ผู้สอนและผู้เรียนช่วยกันสรุปสูตรฟังก์ชันลอการิทึมว่าจะนำไปใช้กับโจทย์ลักษณะใด

กระบวนการวัดและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. ประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์
2. สังเกตการหาอนุพันธ์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบประเมินผลคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยผู้สอน และผู้เรียน
2. แบบฝึกหัด

เกณฑ์การประเมิน

1. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ครั้งละ 10 คะแนน โดยตั้ง เกณฑ์ได้ 7 คะแนนผ่าน
2. ตรวจแบบฝึกหัดเก็บคะแนน

แหล่งการเรียนรู้ / สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอน

1. หนังสือคณิตศาสตร์ แคลคูลัส 1 (3000-1525)
2. ชาร์ตสูตร
3. ห้องสมุดของวิทยาลัยเทคโนโลยีพัฒนการอาชีวศึกษา

แผนเตรียมการสอน

สัปดาห์ที่ 8	วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา	วันที่
รหัส 3000-1525	วิชา แคลคูลัส 1	ท-ป-น 3 – 0 – 3
หน่วยที่ 2	ชื่อหน่วย อนุพันธ์	เวลา 3 คาบ

เรื่อง อนุพันธ์

สาระการเรียนรู้

- กฎลูกโซ่
- การหาอนุพันธ์โดยปริยาย

สาระสำคัญ

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่มีความซับซ้อนภายใต้เงื่อนไขที่มากขึ้น จึงต้องใช้วิธีการดำเนินการโดยเฉพาะ

มาตรฐานการเรียนรู้

- หาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้กฎของลูกโซ่ได้
- หาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยายได้

กระบวนการเรียนรู้

ขั้นนำ

- ทบทวนการหาอนุพันธ์โดยใช้สูตร

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผู้สอนอธิบายการหาอนุพันธ์โดยใช้กฎลูกโซ่
2. ผู้สอนอธิบายตัวอย่างประกอบ
3. ผู้เรียนศึกษาเอกสารประกอบการเรียน
4. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัด และตัวแทนกลุ่มออกมาทำหน้าชั้นเรียน
5. ผู้สอนอธิบายการหาอนุพันธ์โดยปริยาย
6. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัด

ขั้นสรุป

- ผู้สอนและผู้เรียนช่วยกันสรุปวิธีคิดและทำแบบฝึกหัดโดยใช้กฎลูกโซ่

กระบวนการวัดและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. ประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์
2. สังเกตการหาอนุพันธ์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบประเมินผลคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยผู้สอนและผู้เรียน
2. แบบฝึกหัด

เกณฑ์การประเมิน

1. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ครั้งละ 10 คะแนน โดยตั้งเกณฑ์ได้ 7 คะแนนผ่าน
2. ตรวจแบบฝึกหัดเก็บคะแนน

แหล่งการเรียนรู้ / สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอน

1. หนังสือคณิตศาสตร์ แคลคูลัส 1 (3000-1525)
2. ชาร์ตสูตร
3. ห้องสมุดของวิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา

แผนเตรียมการสอน

สัปดาห์ที่ 9	วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา	วันที่
รหัส 3000-1525	วิชา แคลคูลัส 1	ท-ป-น 3 – 0 – 3
หน่วยที่ 2	ชื่อหน่วย อนุพันธ์	เวลา 3 คาบ

เรื่อง อนุพันธ์

สาระการเรียนรู้

- การประยุกต์อนุพันธ์ความชันของเส้นโค้ง
- ความเร็วและความเร่ง

สาระสำคัญ

นำความรู้เกี่ยวกับ อนุพันธ์ ของฟังก์ชัน สามารถนำมาใช้ในการประยุกต์หาความชันของเส้นโค้ง ความเร็วและความเร่ง

มาตรฐานการเรียนรู้

- กำหนดหาความชันของเส้นโค้งได้
- กำหนดเกี่ยวกับความเร็วและความเร่งและการประยุกต์ใช้ได้

กระบวนการเรียนรู้

ขั้นนำ

- ทบทวนการหาอนุพันธ์

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผู้สอนอธิบายการหาความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง
2. ผู้สอนอธิบายตัวอย่างประกอบ
3. ผู้เรียนศึกษาเอกสารประกอบการเรียน
4. ผู้สอนอธิบายค่าสูงสุดและต่ำสุดของฟังก์ชัน
5. ผู้สอนอธิบายตัวอย่างประกอบและทำแบบฝึกหัด

ขั้นสรุป

- ผู้สอนและผู้เรียนช่วยกันสรุปการหาอนุพันธ์การหาความชัน ความเร็วและความเร่ง

กระบวนการวัดและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. ประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์
2. สังเกตการหาอนุพันธ์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบประเมินผลคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยผู้สอนและผู้เรียน
2. แบบฝึกหัด

เกณฑ์การประเมิน

1. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ครั้งละ 10 คะแนน โดยตั้งเกณฑ์ได้ 7 คะแนนผ่าน
2. ตรวจแบบฝึกหัดเก็บคะแนน

แหล่งการเรียนรู้ / สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอน

1. หนังสือคณิตศาสตร์ แคลคูลัส 1 (3000-1525)
2. ชาร์ตสูตร
3. ห้องสมุดของวิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา

แผนเตรียมการสอน

สัปดาห์ที่ 10	วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา	วันที่
รหัส 3000-1525	วิชา แคลคูลัส 1	ท-ป-น 3 – 0 – 3
หน่วยที่ 2	ชื่อหน่วย อนุพันธ์	เวลา 3 คาบ

เรื่อง อนุพันธ์

สาระการเรียนรู้

- ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน
- อัตราสัมพัทธ์

สาระสำคัญ

อัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณต่างๆ เกี่ยวกับเวลาโดยอัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณต่างๆ มีความสัมพันธ์ต่อกัน

จุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดของฟังก์ชัน $y = f(x)$ คือจุดสัมผัสของเส้นตรงที่ขนานกับแกน x หรือเป็นจุดที่มีความชันของเส้นสัมผัสส่วนโค้งเป็นศูนย์

มาตรฐานการเรียนรู้

- หาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันและการประยุกต์ใช้
- คำนวณเกี่ยวกับอัตราสัมพัทธ์และการประยุกต์ใช้ได้

กระบวนการเรียนรู้

ขั้นนำ

- ทบทวนการหาอนุพันธ์

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผู้สอนอธิบายการหาอนุพันธ์อันดับ 1 และอนุพันธ์อันดับ 2
2. ผู้เรียนศึกษาจากเอกสารประกอบการเรียนหนังสือแคลคูลัส 1
3. ผู้สอนอธิบายเสริมการหาอนุพันธ์ครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 ควรทำอย่างไร
4. ผู้สอนอธิบายหลักการแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราสัมพัทธ์
5. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

ขั้นสรุป

- ผู้สอนและผู้เรียนช่วยกันสรุปการหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดอัตราสัมพัทธ์

กระบวนการวัดและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. ประเมินพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์
2. สังเกตการหาอนุพันธ์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบประเมินผลคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยผู้สอน และผู้เรียน
2. แบบฝึกหัด

เกณฑ์การประเมิน

1. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ครั้งละ 10 คะแนน โดยตั้งเกณฑ์ได้ 7 คะแนนผ่าน
2. ตรวจแบบฝึกหัดเก็บคะแนน

แหล่งการเรียนรู้ / สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอน

1. หนังสือคณิตศาสตร์ แคลคูลัส 1 (3000-1525)
2. ชาร์ตสูตร
3. ห้องสมุดของวิทยาลัยเทคโนโลยีพัฒนวิชาการอยุธยา

แผนเตรียมการสอน

สัปดาห์ที่ 11	วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา	วันที่
รหัส 3000-1525	วิชา แคลคูลัส 1	ท-ป-น 3 – 0 – 3
หน่วยที่ 2	ชื่อหน่วย อนุพันธ์	เวลา 3 คาบ

เรื่อง อนุพันธ์ (ต่อ)

สาระการเรียนรู้

- ค่าเชิงอนุพันธ์
- การประเมินค่า

สาระสำคัญ

นำความรู้เรื่องอนุพันธ์ไปใช้ในการหาค่าโดยประมาณของปริมาณที่ยากต่อการหาค่าที่แท้จริง

มาตรฐานการเรียนรู้

- หาค่าเชิงอนุพันธ์
- หาค่าโดยประมาณของจำนวนที่กำหนดให้ได้

กระบวนการเรียนรู้

ขั้นนำ

- ทบทวนการหาอนุพันธ์

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผู้สอนอธิบายการหาอนุพันธ์จากฟังก์ชันที่โจทย์ให้มา
2. ผู้เรียนศึกษาจากเอกสารประกอบการเรียน
3. ผู้สอนอธิบายการประมาณค่า โดยการหาอนุพันธ์
4. ผู้เรียนศึกษาจากเอกสารประกอบการเรียน
5. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

ขั้นสรุป

- ผู้สอนและผู้เรียนช่วยกันสรุปการหาค่าเชิงอนุพันธ์และการประมาณค่า

กระบวนการวัดและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. ตรวจแบบฝึกหัด
2. ซักถาม การหาค่าเชิงอนุพันธ์และการประมาณค่า

เครื่องมือวัดผล

แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

เกณฑ์การประเมิน

1. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ครั้งละ 10 คะแนน โดยตั้งเกณฑ์ได้ 7 คะแนนผ่าน
2. ตรวจแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

แหล่งการเรียนรู้ / สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอน

1. หนังสือคณิตศาสตร์ (3000-1525)
2. แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน
3. ห้องสมุดของวิทยาลัยเทคโนโลยีพัฒนวิชาการอยุธยา

แผนเตรียมการสอน

สัปดาห์ที่ 12	วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา	วันที่
รหัส 3000-1525	วิชา แคลคูลัส 1	ท-ป-น 3 – 0 – 3
หน่วยที่ 3	ชื่อหน่วย การอินทิเกรต	เวลา 3 คาบ

เรื่อง การอินทิเกรต

สาระการเรียนรู้

- นิยามการอินทิเกรต
- สูตรการอินทิเกรต
- สูตรการอินทิเกรตฟังก์ชันตรีโกณมิติ

สาระสำคัญ

การอินทิเกรตเป็นกระบวนการย้อนกลับของการหาอนุพันธ์

มาตรฐานการเรียนรู้

- บอกนิยามของการอินทิเกรตได้
- บอกสูตรของการอินทิเกรตพื้นฐานได้
- อินทิเกรตฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้สูตรได้

กระบวนการเรียนรู้

ขั้นนำ

- สนทนาเรื่องการอินทิเกรต
- ทบทวนสูตรการหาอนุพันธ์

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผู้สอนศึกษาสูตรการอินทิเกรตพื้นฐาน
2. ผู้เรียนศึกษาจากตัวอย่างจากหนังสือคณิตศาสตร์
3. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน
4. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดจากใบงาน ส่งตามกำหนดเวลา
5. ผู้สอนอธิบายการอินทิเกรตตรีโกณมิติ

ขั้นสรุป

- ผู้สอนและผู้เรียนช่วยกันสรุปสูตรการอินทิเกรต

กระบวนการวัดและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. ตรวจสอบผลงานจากแบบฝึกหัด
2. ซักถามเกี่ยวกับการอินทิเกรต

เครื่องมือวัดผล

1. แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน
2. แบบทดสอบ

เกณฑ์การประเมิน

1. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ครั้งละ 10 คะแนน โดย
ตั้งเกณฑ์ได้ 7 คะแนนผ่าน
2. ตรวจสอบแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

แหล่งการเรียนรู้ / สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอน

1. หนังสือคณิตศาสตร์ (3000-1525)
2. ชาร์ตสูตรการอินทิเกรต
3. ห้องสมุดของวิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา

แผนเตรียมการสอน

สัปดาห์ที่ 13	วิทยาลัยเทคโนโลยีพัฒนการอยุธยา	วันที่
รหัส 3000-1525	วิชา แคลคูลัส 1	ท-ป-น 3 – 0 – 3
หน่วยที่ 3	ชื่อหน่วย การอินทิเกรต	เวลา 3 คาบ

เรื่อง การอินทิเกรต (ต่อ)

สาระการเรียนรู้

- สูตรการอินทิเกรตฟังก์ชันตรีโกณมิติ (ต่อ)
- สูตรการอินทิเกรตที่ให้ผลเป็นฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

สาระสำคัญ

การอินทิเกรตฟังก์ชันตรีโกณมิติ จะอินทิเกรตโดยอาศัยสูตรตรีโกณมิติ รวมทั้ง การอินทิเกรต ฟังก์ชันตรีโกณมิติที่มีมุม ฟังก์ชันพีชคณิต

มาตรฐานการเรียนรู้

- จำนวนการอินทิเกรตฟังก์ชันตรีโกณมิติได้
- จำนวนการอินทิเกรตที่ให้ผลเป็นฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติได้

กระบวนการเรียนรู้

ขั้นนำ

- ทบทวนการอินทิเกรตพื้นฐาน
- ทบทวนการอินทิเกรตฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผู้เรียนศึกษาสูตรการอินทิเกรตฟังก์ชันตรีโกณมิติ
2. แบ่งผู้เรียนออกเป็นกลุ่มๆ
3. ผู้เรียนแต่ละกลุ่มศึกษาจากตัวอย่างจากหนังสือคณิตศาสตร์
4. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน
5. ผู้สอนอธิบายเพิ่ม เมื่อเกิดปัญหา
6. ผู้สอนอธิบายการอินทิเกรตฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ขั้นสรุป

- ผู้สอนและผู้เรียนช่วยกันสรุปความแตกต่างของฟังก์ชันตรีโกณมิติกับฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

กระบวนการวัดและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. ตรวจสอบผลงานจากแบบฝึกหัด
2. ซักถามวิธีการอินทิเกรตฟังก์ชัน

เครื่องมือวัดผล

1. แบบฝึกหัดทำขบทเรียน
2. แบบทดสอบ

เกณฑ์การประเมิน

1. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ครั้งละ 10 คะแนน โดยตั้งเกณฑ์ได้ 7 คะแนนผ่าน
2. ตรวจแบบฝึกหัดทำขบทเรียน

แหล่งการเรียนรู้ / สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอน

1. หนังสือคณิตศาสตร์ (3000-1525)
2. ชาร์ตสูตรการอินทิเกรตฟังก์ชันตรีโกณมิติ
3. ห้องสมุดของวิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา

แผนเตรียมการสอน

สัปดาห์ที่ 14	วิทยาลัยเทคโนโลยีพัฒนการอยุธยา	วันที่
รหัส 3000-1525	วิชา แคลคูลัส 1	ท-ป-น 3 – 0 – 3
หน่วยที่ 3	ชื่อหน่วย การอินทิเกรต (ต่อ)	เวลา 3 คาบ

เรื่อง การอินทิเกรต (ต่อ)

สาระการเรียนรู้

- การอินทิเกรตฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล
- การอินทิเกรตฟังก์ชันลอการิทึม

สาระสำคัญ

การอินทิเกรต ฟังก์ชันลอการิทึม จะไม่มีสูตรเฉพาะที่สามารถแทนค่าโดยตรง แต่จะจัดรูปฟังก์ชันที่ต้องอินทิเกรตให้อินทิเกรตแล้วอยู่ในรูปของ $\ln$ สำหรับการอินทิเกรตฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล จะอินทิเกรตโดยตรงจากสูตร และอาจอาศัยคุณสมบัติของลอการิทึมด้วย

มาตรฐานการเรียนรู้

- คำนวณการอินทิเกรตฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึมได้

กระบวนการเรียนรู้

ขั้นนำ

- ทบทวนการอินทิเกรตพื้นฐาน

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผู้เรียนศึกษาสูตรการอินทิเกรตฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม
2. ผู้เรียนศึกษาจากตัวอย่างจากหนังสือคณิตศาสตร์
3. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน
4. ผู้สอนอธิบายเสริมให้ผู้เรียนเข้าใจเพิ่มมากขึ้น

ขั้นสรุป

- ผู้สอนและผู้เรียนช่วยกันสรุปวิธีการอินทิเกรตฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

กระบวนการวัดและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. ตรวจสอบผลงานจากแบบฝึกหัด
2. ซักถามการอินทิเกรตฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

เครื่องมือวัดผล

1. แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน
2. แบบทดสอบ

เกณฑ์การประเมิน

1. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ครั้งละ 10 คะแนน โดย
ตั้งเกณฑ์ได้ 7 คะแนนผ่าน
2. ตรวจสอบแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

แหล่งการเรียนรู้ / สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอน

1. หนังสือคณิตศาสตร์ (3000-1525)
2. ชาร์ตสูตรการอินทิเกรตฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม
3. แบบฝึกหัดท้ายบท

แผนเตรียมการสอน

สัปดาห์ที่ 15	วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา	วันที่
รหัส 3000-1525	วิชา แคลคูลัส 1	ท-ป-น 3 – 0 – 3
หน่วยที่ 3	ชื่อหน่วย การอินทิเกรต	เวลา 3 คาบ

เรื่อง การอินทิเกรต (ต่อ)

สาระการเรียนรู้

- เทคนิคการอินทิเกรต การอินทิเกรตทีละส่วน
- การอินทิเกรตโดยการทำเป็นเศษส่วนย่อย

สาระสำคัญ

เทคนิค การอินทิเกรต เป็นการรวบรวมเทคนิคต่างๆของ การอินทิเกรต เพื่อที่จะสามารถ อินทิเกรต ฟังก์ชันต่างๆที่ซับซ้อน

มาตรฐานการเรียนรู้

- คำนวณการอินทิเกรตทีละส่วนได้
- คำนวณการอินทิเกรต โดยทำเป็นเศษส่วนย่อยได้

กระบวนการเรียนรู้

ขั้นนำ

- ทบทวนการอินทิเกรตพื้นฐาน , การอินทิเกรตฟังก์ชันตรีโกณมิติ , การอินทิเกรตฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผู้สอนอธิบายการอินทิเกรตทีละส่วน โดยการพิจารณาจากโจทย์ว่าควรจะแยกโจทย์อย่างไร เพื่อให้ให้ง่ายและสะดวกต่อการคำนวณ
2. ผู้เรียนศึกษาจากตัวอย่างจากหนังสือคณิตศาสตร์
3. ผู้สอนอธิบายตัวอย่างประกอบเพิ่มเติม
4. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน
5. ผู้สอนอธิบายการอินทิเกรตแยกเป็นเศษส่วนย่อย โดยอาศัยการแยกตัวประกอบมาช่วย ในการทำขั้นต้นแล้วจึงนำไปอินทิเกรต

ขั้นสรุป

- ผู้สอนและผู้เรียนช่วยกันสรุปความแตกต่างของการอินทิเกรตก่อนข้างยาก

กระบวนการวัดและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. ตรวจผลงานจากแบบฝึกหัด
2. ซักถามวิธีการอินทิเกรตแต่ละอย่าง

เครื่องมือวัดผล

- แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

เกณฑ์การประเมิน

1. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ครั้งละ 10 คะแนน โดยตั้ง เกณฑ์ได้ 7 คะแนนผ่าน
2. ตรวจแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

แหล่งการเรียนรู้ / สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอน

1. หนังสือคณิตศาสตร์ (3000-1525)
2. ห้องสมุดของวิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา

แผนเตรียมการสอน

สัปดาห์ที่ 16	วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา	วันที่
รหัส 3000-1525	วิชา แคลคูลัส 1	ท-ป-น 3 – 0 – 3
หน่วยที่ 3	ชื่อหน่วย การอินทิเกรต	เวลา 3 คาบ

เรื่อง การอินทิเกรต (ต่อ)

สาระการเรียนรู้

- การอินทิเกรตโดยการแทนค่า
- ทฤษฎีพื้นฐานของแคลคูลัส
- การประยุกต์ของอินทิเกรตจำกัดเขต

สาระสำคัญ

เทคนิค การอินทิเกรต เป็นการรวบรวมเทคนิคต่างๆของ การอินทิเกรต เพื่อที่จะสามารถ อินทิเกรต ฟังก์ชันต่างๆที่ซับซ้อน

อินทิเกรตจำกัดเขต เป็นการศึกษาการอินทิเกรตฟังก์ชันจำกัดเขต ซึ่งเป็นกระบวนการหาปริมาณที่แน่นอน จากขอบเขตฟังก์ชันนั้นๆ

มาตรฐานการเรียนรู้

- คำนวณการอินทิเกรตโดยการแทนค่าได้
- อธิบายเกี่ยวกับทฤษฎีพื้นฐานของแคลคูลัส
- คำนวณหาค่าอินทิเกรตจำกัดเขตได้

กระบวนการเรียนรู้

ขั้นนำ

- ทบทวนสูตร Sin , Cos , Tan ที่เคยเรียนมาบ้างแล้ว
- ทบทวนการอินทิเกรตพื้นฐาน
- ทบทวนทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผู้สอนอธิบายการอินทิเกรตโดยการแทนค่า
2. ผู้สอนอธิบายพร้อมตัวอย่างประกอบ ตลอดจนการอ้างสูตรมาแก้ปัญหา
3. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดของแต่ละกลุ่ม
4. ผู้เรียนเปลี่ยนกันตรวจและศึกษาของเพื่อนๆ
5. ผู้เรียนศึกษาทฤษฎีพื้นฐานของแคลคูลัส
6. ผู้เรียนศึกษากรอินทิกรัลจำกัดเขต
7. ผู้สอนอธิบายการอินทิเกรต และนำมาอินทิกรัล
8. ผู้เรียนลองทำแบบฝึกหัด คนละ 2 ข้อ เมื่อพบปัญหาแล้วผู้สอนอธิบายเพิ่ม
9. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

ขั้นสรุป

- ผู้สอนและผู้เรียนช่วยกันสรุปการอินทิเกรตทำได้หลายแบบและการอินทิเกรตจำกัดเขต

กระบวนการวัดและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. ตรวจแบบฝึกหัด
2. ซักถามการอินทิเกรต

เครื่องมือวัดผล

1. แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน
2. แบบทดสอบ

เกณฑ์การประเมิน

1. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ครั้งละ 10 คะแนน โดยได้ เกณฑ์ได้ 7 คะแนนผ่าน
2. ตรวจแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

แหล่งการเรียนรู้ / สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอน

1. หนังสือคณิตศาสตร์ (3000-1525)
2. ห้องสมุดของวิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา

แผนเตรียมการสอน

สัปดาห์ที่ 17	วิทยาลัยเทคโนโลยีพัฒนการอยุธยา	วันที่
รหัส 3000-1525	วิชา แคลคูลัส 1	ท-ป-น 3 – 0 – 3
หน่วยที่ 3	ชื่อหน่วย การอินทิเกรต	เวลา 3 คาบ

เรื่อง การอินทิเกรต

สาระการเรียนรู้

- การประยุกต์ของอินทิเกรตจำกัดเขต (ต่อ)

สาระสำคัญ

อินทิเกรตจำกัดเขต เป็นการศึกษาการอินทิเกรตฟังก์ชันจำกัดเขต ซึ่งเป็นกระบวนการหาปริมาณที่แน่นอน จากขอบเขตฟังก์ชันนั้นๆ

มาตรฐานการเรียนรู้

- คำนวณหาค่าอินทิกรัลจำกัดเขตได้
- เปลี่ยนลิมิตของอินทิกรัลและคำนวณหาค่าอินทิกรัลได้

กระบวนการเรียนรู้

ขั้นนำ

- ทบทวนการอินทิเกรต

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดการอินทิกรัล
2. ผู้สอนอธิบายการอินทิกรัล การหาพื้นที่เส้นโค้ง พร้อมตัวอย่างประกอบ
3. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

ขั้นสรุป

- ผู้สอนและผู้เรียนช่วยกันสรุปการอินทิกรัล

กระบวนการวัดและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. ตรวจสอบแบบฝึกหัด
2. ซักถามการอินทิเกรต

เครื่องมือวัดผล

1. แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน
2. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยผู้สอนและผู้เรียน

เกณฑ์การประเมิน

1. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ครั้งละ 10 คะแนน โดย
ตั้งเกณฑ์ได้ 7 คะแนนผ่าน
2. ตรวจสอบแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

แหล่งการเรียนรู้ / สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอน

1. หนังสือคณิตศาสตร์ (3000-1525)
2. ห้องสมุดของวิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา

ใบความรู้ที่ 1

นิยามของฟังก์ชัน

ตัวแปร (Variables) คือ จำนวนที่มีค่าไม่จำกัด แปรเปลี่ยน

ไปได้หลายค่า ตามเงื่อนไขที่กำหนด ถ้า x เป็นตัวแปร หมายถึง

ความว่า x จะมีค่าแปรเปลี่ยนได้หลายค่า เช่น $x = 1, 2, 3$ เป็นต้น

ถ้า x และ y เป็นตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กัน

ในรูปของ $y = x^2$

ถ้ากำหนดให้ $x = 1$ จะได้ว่า $y = 1^2 = 1$

ถ้า $x = 2$ จะได้ว่า $y = 2^2 = 4$

ถ้า $x = 3$ จะได้ว่า $y = 3^2 = 9$

จะเห็นได้ว่าเมื่อ x มีค่าเปลี่ยนไป จะมีผลทำให้ค่าของ y

เปลี่ยนไปทุกครั้ง เราจะเรียก x ว่า **ตัวแปรอิสระ** และ y ว่า **ตัวแปร**

ตาม ความสัมพันธ์ของ x และ y ในลักษณะที่กำหนดให้นี้ เราเรียก

ว่า **ฟังก์ชัน** ซึ่งเมื่อเรากำหนดค่า x หนึ่งค่า เราก็จะหาค่า y ได้

เพียงหนึ่งค่าเท่านั้น จะเขียน y ได้ในรูปของ x นั่นคือ $y = f(x)$

อ่านว่า y เท่ากับ ฟังก์ชันของ x เราสามารถเขียนฟังก์ชันใน

ของเซตของคู่อันดับ (x, y) โดยเขียนเป็น $f = \{(x, y)\}$

$R \times R, y = f(x)$ เราเรียกฟังก์ชัน f ว่าเป็นฟังก์ชันค่าจริง เพราะ

เมื่อกำหนดค่า x หนึ่งค่า เราก็จะหาค่า y ได้หนึ่งค่าเช่นกัน แต่

ถ้ากำหนดค่า x หนึ่งค่าแล้ว หาค่า y ได้มากกว่าหนึ่งค่า เรา

ไม่ถือว่าเป็นฟังก์ชัน เช่น ยกตัวอย่าง เราจะเรียกเซตของคู่อันดับ

ในลักษณะนั้นว่า ความสัมพันธ์ สำหรับคู่อันดับที่เป็นทั้ง

ฟังก์ชันและความสัมพันธ์ จะเรียกเซตของ x ว่า โดเมนของ

ฟังก์ชัน และเซตของ y ว่า เรนจ์ของฟังก์ชัน

การหาค่าของฟังก์ชัน

การหาค่าของฟังก์ชัน เป็นการแทนค่า

ตัวแปรอิสระในฟังก์ชัน

ตัวอย่าง กำหนดให้ $f(x) = 2x - 10$ จงหา $f(3)$

วิธีทำ $f(x) = 2x - 1$

$$f(3) = 2(3) - 1 = 5$$

วิทยาลัยเทคโนโลยีพัฒนบริหารดุสิต

ใบความรู้ที่ 2

a จะเป็นลิมิตของตัวแปร x ก็ต่อเมื่อ x และ a มีค่าต่างกัน
น้อยมาก คือ ผลต่างของค่า x และ a มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ เขียน
แทนด้วย $x \rightarrow a$ หรือ $\lim_{x \rightarrow a} x = a$
เมื่อ a เป็นค่าคงตัว และ x เป็นตัวแปร



นิยาม 2



เมื่อกำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซต
ของจำนวนจริง ถ้าค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้จำนวนจริง L เมื่อ x
เข้าใกล้ a เราจะกล่าวว่า L เป็นลิมิตของฟังก์ชัน f ที่ x เข้า
ใกล้ a และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$

วิทยาลัย

คำว่า x เข้าใกล้ a นั้น มีความหมายได้ 2 ทาง คือ

 เมื่อ x เข้าใกล้ a โดยที่ $x < a$ จะกล่าวว่า x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย เขียนแทนด้วย $x \rightarrow a^-$ ถ้าค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้ จำนวนจริง L เมื่อ x เข้าใกล้ a ทางซ้าย จะเขียนแทนด้วย $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$

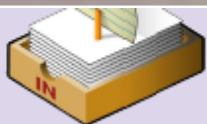
 เมื่อ x เข้าใกล้ a โดยที่ $x > a$ จะกล่าวว่า x เข้าใกล้ a ทางด้านขวา เขียนแทนด้วย $x \rightarrow a^+$ ถ้าค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้ จำนวนจริง L เมื่อ x เข้าใกล้ a ทางขวา จะเขียนแทนด้วย $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$

ดังนั้น การที่เราจะกล่าวว่า ค่าของ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ จะหา
ค่าได้หรือไม่นั้น ต้องพิจารณากันที่ค่าของ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$
และ $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ ซึ่งค่าทั้ง 2 นี้ ต้องหาค่าได้ และมีค่า
เท่ากับ L เท่ากันทั้ง 2 ค่า จึงจะสรุปได้ว่า

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$



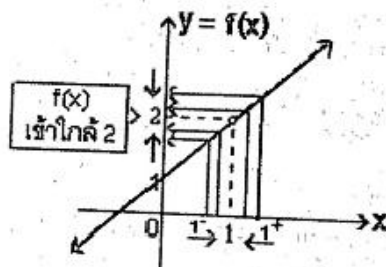
ทฤษฎีบท



$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \text{ ก็ต่อเมื่อ } \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$$

ตัวอย่าง 1.15 จงหาค่า $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ ให้ } f(x) &= \frac{x^2 - 1}{x - 1} ; x \neq 1 \\ &= \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} \\ &= x+1 ; x \neq 1 \end{aligned}$$



จากรูป จะเห็นว่า

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$$

$$\text{และ } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$$

เราจะพบว่า

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$$

$$\text{ดังนั้น } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$$

$$\text{หรือ } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2$$

วิทยาลัยเทคโนโลยี

ทฤษฎีเบื้องต้นของลิมิต

กำหนดให้ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ และ $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ สามารถหาค่าลิมิตได้ ทฤษฎีต่อไปนี้เป็นจริง.

1. $\lim_{x \rightarrow a} c = c$; $f(x) = c$ เป็นฟังก์ชันคงที่
2. $\lim_{x \rightarrow a} x^n = a^n$; $f(x) = x^n$ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก
3. $\lim_{x \rightarrow a} cf(x) = c \lim_{x \rightarrow a} f(x)$; c เป็นค่าคงที่
4. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
5. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
6. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$ โดยที่ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$
7. $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$ โดยที่ n เป็นเลขคู่แล้ว $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \geq 0$

ตัวอย่าง จงหาค่า $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^4 + 4x^2 - 5)$

วิธีทำ $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^4 + 4x^2 - 5) = \lim_{x \rightarrow 2} 3x^4 + \lim_{x \rightarrow 2} 4x^2 - \lim_{x \rightarrow 2} 5$; ใช้ ท.บ. 4

$$= 3 \lim_{x \rightarrow 2} x^4 + 4 \lim_{x \rightarrow 2} x^2 - 5$$
 ; ใช้ ท.บ. 3

$$\rightarrow = 3(2)^4 + 4(2)^2 - 5$$
 ; ใช้ ท.บ.2,1

$$= 48 + 16 - 5 = 59$$

ตัวอย่าง จงหาค่า $\lim_{x \rightarrow -3} (3x^2 + 2)(x^2 - 7)$

วิธีทำ $\lim_{x \rightarrow -3} (3x^2 + 2)(x^2 - 7) = \lim_{x \rightarrow -3} (3x^2 + 2) \cdot \lim_{x \rightarrow -3} (x^2 - 7)$; ใช้ ท.บ.5

$$= \left[\lim_{x \rightarrow -3} 3x^2 + \lim_{x \rightarrow -3} 2 \right] \left[\lim_{x \rightarrow -3} x^2 - \lim_{x \rightarrow -3} 7 \right]$$
 ; ใช้ ท.บ.4

$$= \left[3 \lim_{x \rightarrow -3} x^2 + 2 \right] \left[\lim_{x \rightarrow -3} x^2 - 7 \right]$$
 ; ใช้ ท.บ. 3,1

$$\rightarrow = \left[3(-3)^2 + 2 \right] \left[(-3)^2 - 7 \right]$$
 ; ใช้ ท.บ.2

$$= (27 + 2)(9 - 7)$$

$$= (29)(2) = 58$$

ใบความรู้ที่ 3

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต

การหาอนุพันธ์โดยใช้ नियาม นั้นเป็นการยุ่งยาก และทำให้เสียเวลามาก
ดังนั้น จึงมีการสร้างสูตรสำหรับใช้หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันขึ้นมาแทน การใช้
 नियาม ซึ่งต่อไปนี้เป็นสูตรสำหรับหา อนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต

กำหนดให้ $u(x)$, $v(x)$ เป็นฟังก์ชันของ x และให้ c เป็นค่าคงที่ใด ๆ
สูตรการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต มีดังนี้

1. $\frac{dc}{dx} = 0$
2. $\frac{dx}{dx} = 1$
3. $\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$
4. $\frac{d}{dx}(cu) = c \frac{du}{dx}$
5. $\frac{d}{dx}u^n = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$ เมื่อ n เป็นค่าคงที่
6. $\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$
7. $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{1}{v^2} \left(v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx} \right)$

ตัวอย่าง จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = 3x^5 - 6x^4 + 7x^2$

วิธีทำ จาก $f(x) = 3x^5 - 6x^4 + 7x^2$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{d}{dx}f(x) &= \frac{d}{dx}(3x^5 - 6x^4 + 7x^2) \quad \leftarrow \frac{d}{dx}(u \pm v) \\ &= \frac{d}{dx}(3x^5) - \frac{d}{dx}(6x^4) + \frac{d}{dx}(7x^2) \quad \leftarrow \frac{d}{dx}(cu) \\ &= 3 \frac{d}{dx}x^5 - 6 \frac{d}{dx}x^4 + 7 \frac{d}{dx}x^2 \quad \leftarrow \frac{d}{dx}u^n \\ &= 3 \left(5x^4 \frac{dx}{dx} \right) - 6 \left(4x^3 \frac{dx}{dx} \right) + 7 \left(2x \frac{dx}{dx} \right) \leftarrow \frac{dx}{dx} = 1 \\ &= 15x^4 - 24x^3 + 14x\end{aligned}$$

ใบความรู้ที่ 4

อนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

(Differentiation of Trigonometric Function)

ให้ $u(x)$ เป็นฟังก์ชันของตัวแปร x สูตรอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติมี 6 สูตร คือ

1. $\frac{d}{dx} \sin u = \cos u \frac{du}{dx}$
2. $\frac{d}{dx} \cos u = -\sin u \frac{du}{dx}$
3. $\frac{d}{dx} \tan u = \sec^2 u \frac{du}{dx}$
4. $\frac{d}{dx} \cot u = -\operatorname{cosec}^2 u \frac{du}{dx}$
5. $\frac{d}{dx} \sec u = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$
6. $\frac{d}{dx} \operatorname{cosec} u = -\operatorname{cosec} u \cot u \frac{du}{dx}$

ตัวอย่าง จงหาอนุพันธ์ของ $y = \sin \sqrt{\ln x}$

วิธีทำ จาก $y = \sin \sqrt{\ln x}$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx} \sin \sqrt{\ln x} \quad \leftarrow \frac{d}{dx} \sin u ; u = \sqrt{\ln x} \\ &= \cos \sqrt{\ln x} \frac{d}{dx} \sqrt{\ln x} \quad \leftarrow \frac{d}{dx} \sqrt{u} ; u = \ln x \\ &= \cos \sqrt{\ln x} \left(\frac{1}{2\sqrt{\ln x}} \frac{d}{dx} \ln x \right) \quad \leftarrow \frac{d}{dx} \ln u ; u = x \\ &= \frac{\cos \sqrt{\ln x}}{2\sqrt{\ln x}} \left(\frac{1}{x} \frac{dx}{dx} \right) \\ &= \frac{\cos \sqrt{\ln x}}{2\sqrt{\ln x}} \left(\frac{1}{x} \right) = \frac{\cos \sqrt{\ln x}}{2x\sqrt{\ln x}}\end{aligned}$$

ใบความรู้ที่ 5

อนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน

(Differentiation of Inverse Trigonometric Function)

ให้ $u(x)$ เป็นฟังก์ชันของตัวแปร x สูตรอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผันมี 6 สูตร คือ

$$1. \frac{d}{dx} \sin^{-1} u = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$$

$$2. \frac{d}{dx} \cos^{-1} u = \frac{-1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$$

$$3. \frac{d}{dx} \tan^{-1} u = \frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$$

$$4. \frac{d}{dx} \cot^{-1} u = \frac{-1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$$

$$5. \frac{d}{dx} \sec^{-1} u = \frac{1}{u\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$$

$$6. \frac{d}{dx} \operatorname{cosec}^{-1} u = \frac{-1}{u\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$$

ตัวอย่างที่

กำหนดให้ $y = \arcsin 3x$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ

จาก

$$y = \arcsin 3x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \arcsin 3x$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-(3x)^2}} \frac{d}{dx} 3x$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-9x^2}} \left(3 \frac{dx}{dx} \right)$$

$\therefore$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}}$$



การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ลอการิทึมโดยใช้สูตร

$$1. \frac{d}{dx} \log_a u = \frac{1}{u} \log_a e \frac{du}{dx} \quad (\text{เมื่อ } a > 0, a \neq 1) \text{ และ}$$

$$2. \frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \log_e e \frac{du}{dx}$$

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำลังจะมีสูตร 2 สูตรที่ใช้กัน
ทั่วไป คือ

$$1. \frac{da^u}{dx} = a^u \ln a \frac{du}{dx}$$

$$2. \frac{de^u}{dx} = e^u \frac{du}{dx}$$



ตัวอย่าง กำหนดให้ $y = 3^{2x+7}$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ

$$\text{จาก } y = 3^{2x+7}$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx} 3^{2x+7} \\ &= 3^{2x+7} \ln 3 \frac{d}{dx} (2x + 7) \\ &= 3^{2x+7} \ln 3 \left(\frac{d2x}{dx} + \frac{d7}{dx} \right) \\ &= 3^{2x+7} \ln 3 \left(\frac{d2x}{dx} + 0 \right)\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = (2 \ln 3) 3^{2x+7}$$



วิทยาลัยเทคโนโลยี

ใบความรู้ที่ 7

อนุพันธ์อันดับสูง

(Derivative of Higher Order)

อนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x)$ หรือ $f'(x)$ ก็เป็นฟังก์ชันด้วย ถ้านำค่า $f'(x)$ ไปหาอนุพันธ์ต่อ ผลลัพธ์ที่ได้เรียกว่า อนุพันธ์อันดับสองของ f ที่ x ซึ่งเราเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $f''(x)$

ตารางต่อไปนี้จะแสดงให้เห็นถึงสัญลักษณ์ของอนุพันธ์อันดับสูงต่าง ๆ เมื่อกำหนดให้ $y = f(x)$

อนุพันธ์	สัญลักษณ์			
อันดับ 1	y'	$f'(x)$	$\frac{dy}{dx}$	$\frac{d}{dx}f(x)$
อันดับ 2	y''	$f''(x)$	$\frac{d^2y}{dx^2}$	$\frac{d^2}{dx^2}f(x)$
อันดับ 3	y'''	$f'''(x)$	$\frac{d^3y}{dx^3}$	$\frac{d^3}{dx^3}f(x)$
อันดับ 4	$y^{(4)}$	$f^{(4)}(x)$	$\frac{d^4y}{dx^4}$	$\frac{d^4}{dx^4}f(x)$
↓	↓	↓	↓	↓
อันดับ n	$y^{(n)}$	$f^{(n)}(x)$	$\frac{d^ny}{dx^n}$	$\frac{d^n}{dx^n}f(x)$

ตัวอย่าง กำหนดให้ $y = 4x^3 + 7x^2 - 10$ จงหาค่า y', y'', y''' และ $y^{(4)}$

วิธีทำ จาก

$$y = 4x^3 + 7x^2 - 10$$

$$y' = \frac{d}{dx}(4x^3 + 7x^2 - 10) = 12x^2 + 14x$$

$$y'' = \frac{d}{dx}(12x^2 + 14x) = 24x + 14$$

$$y''' = \frac{d}{dx}(24x + 14) = 24$$

$$y^{(4)} = \frac{d}{dx}(24) = 0$$

ใบความรู้ที่ 8

กฎลูกโซ่สำหรับหาอนุพันธ์ของ y เทียบกับ t คือ

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

ตัวอย่าง กำหนดให้ $y = u^2 + 3u - 5$ และ $u = 2x + 7$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ จาก

$$y = u^2 + 3u - 5$$

$$\frac{dy}{du} = \frac{d}{du}(u^2 + 3u - 5) = 2u + 3$$

จาก

$$u = 2x + 7$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx}(2x + 7) = 2$$

กฎลูกโซ่

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$= (2u + 3)(2)$$

$$= 4u + 6$$

$$\text{แทน } u = 2x + 7$$

$$= 4(2x + 7) + 6$$

$$= 8x + 28 + 6 = 8x + 34$$

ตัวอย่าง

กำหนดให้ $y = 3t^3 - 4t$ และ $x = 4t^2 + 3t - 5$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ

จาก

$$y = 3t^3 - 4t$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(3t^3 - 4t) = 9t^2 - 4$$

จาก

$$x = 4t^2 + 3t - 5$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(4t^2 + 3t - 5) = 8t + 3$$

กฎลูกโซ่

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{9t^2 - 4}{8t + 3}$$

ฟังก์ชันโดยปริยาย

(Implicit Function)

ฟังก์ชันโดยปริยาย คือฟังก์ชันที่สมการมีตัวแปรหลายตัวเขียนรวมกันอยู่ โดยไม่ได้แยกตัวแปรตัวหนึ่ง (ตัวแปรตาม) เขียนอยู่ในรูปตัวแปรอื่นๆ (ตัวแปรอิสระ) เช่น

$$2x^2 - x^2y + xy^2 = 0 \quad xy^2 - 3x^2y + x^2 = 0$$

$$y\sqrt{x} + x\sqrt{y} = 0 \quad \sqrt{xy} - xy^2 + 5 = 0$$

สมการดังกล่าวเขียนอยู่ในรูป $F(x, y) = 0$ และเรียก y ว่าเป็น

ฟังก์ชันโดยปริยายของ x

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยชัดแจ้ง ได้ศึกษามาแล้วในหัวข้อก่อน ต่อไปนี้จะเป็นการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย ขอให้ศึกษาวิธีการ ตามตัวอย่าง ต่อไปนี้

ตัวอย่าง กำหนดให้ $x^2 + xy^2 + 5 = 0$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

วิธีทำ จาก $x^2 + xy^2 + 5 = 0$

$$\frac{d}{dx}(x^2 + xy^2 + 5) = \frac{d}{dx}(0)$$

$$\frac{d}{dx}x^2 + \frac{d}{dx}xy^2 + \frac{d}{dx}(5) = 0$$

$$2x \frac{dx}{dx} + \left(x \frac{d}{dx}y^2 + y^2 \frac{dx}{dx} \right) + 0 = 0$$

$$2x + x \left(2y \frac{dy}{dx} \right) + y^2 = 0$$

$$2x + 2xy \frac{dy}{dx} + y^2 = 0$$

$$2xy \frac{dy}{dx} = -(2x + y^2)$$

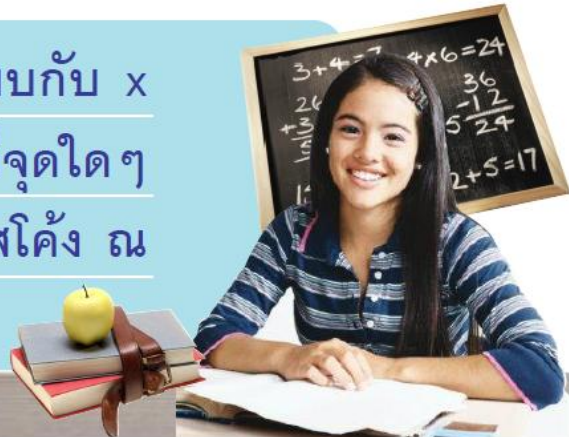
$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{-(2x + y^2)}{2xy}$$

ใบความรู้ที่ 9

ความชันของเส้นโค้งที่ จุด $P(x, y)$ หมายถึง ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด $P(x, y)$ นั่นเอง

พิจารณาฟังก์ชัน $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันของเส้นโค้งใดๆ ดังรูปที่ 5.2

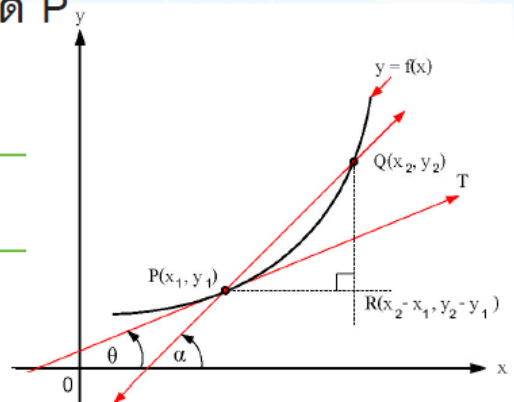
อนุพันธ์ของฟังก์ชัน y เทียบกับ x หมายถึง ความชันของเส้นโค้งที่จุดใดๆ และเป็นความชันของเส้นสัมผัสโค้ง ณ จุดนั้นๆ



จากรูป ให้ $P(x_1, y_1)$ และ $Q(x_2, y_2)$ เป็นจุดบนเส้นโค้ง $y = f(x)$ เส้นตรง PT สัมผัสเส้นโค้ง $y = f(x)$ ที่จุด P

α เป็นมุมเอียงของเส้นตรง PQ

θ เป็นมุมเอียงของเส้นสัมผัส PT



ตัวอย่างจงหาความชันของเส้นโค้ง $y = x^2 - 2x + 5$ ที่จุด $(2, 5)$ **วิธีทำ**

∴ ความชันของเส้นโค้งที่จุดใด ๆ คืออนุพันธ์ของเส้นโค้งที่จุดนั้น

$$\begin{aligned}\therefore \text{จาก } y &= x^2 - 2x + 5 \\ \frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx} (x^2 - 2x + 5) \\ &= \frac{dx^2}{dx} - \frac{d2x}{dx} + \frac{d5}{dx} \\ \therefore \frac{dy}{dx} &= 2x - 2\end{aligned}$$

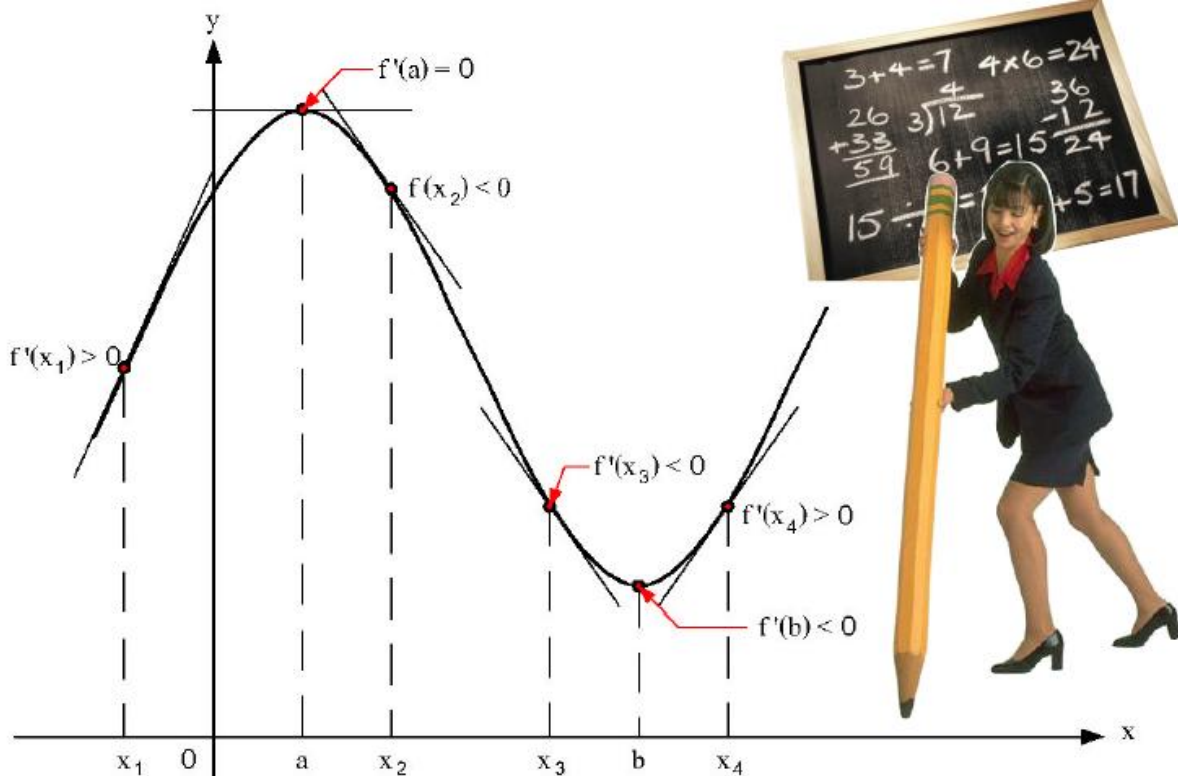


ดังนั้น ความชันของเส้นโค้งที่จุด $(2, 5)$ คือ $2(2) - 2 = 2$

วิทยาลัยเทคโนโลยี

จุดสูงสุด จุดต่ำสุด และจุดเปลี่ยนเว้า

ในบางช่วงค่าของความชันจะเปลี่ยนจากบวกไปเป็นลบ จุดที่มีค่าความชันเป็นศูนย์ในช่วงนี้ จะให้ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ (Relative Maximum Value) ในบางช่วงค่าของความชันจะเปลี่ยนจากลบไปเป็นบวก จุดที่มีค่าความชันเป็นศูนย์ ในช่วงนี้จะให้ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ (Relative Minimum Value)



จากรูป เราจะพบว่าจุดที่ $x = a$ จะอยู่ระหว่าง x_1 กับ x_2 จากความชันของเส้นสัมผัสโค้งจะได้ว่า $f'(x_1)$ คือ ค่าความชันของเส้นโค้ง $y = f(x)$ ที่จุด $x = x_1$ และ $f'(x_2)$ คือ ค่าความชันของเส้นโค้ง $y = f(x)$ ที่จุด $x = x_2$ โดยที่ $f'(x_1) > 0$ และ $f'(x_2) < 0$ และค่าความชันของเส้นโค้งที่จุด $x = a$ จะมีค่าเท่ากับ 0 ดังนั้น **ตรงจุด $x = a$ จะให้ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ของ $y = f(x)$**

สรุปวิธีการหาค่าสูงสุด หรือค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ได้ดังนี้

1. หา $\frac{dy}{dx}$ จาก $y = f(x)$ แล้วให้เท่ากับศูนย์ และแก้สมการหาค่า x โดยสมมติว่า แก้อสมการหาค่า x ได้เท่ากับ a

2. นำค่า $x = a$ จากข้อ 1 ไปทดสอบ**หาค่าสูงสุด** หรือ**ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์** โดยการสมมติค่า $x < a$ และ $x > a$ ในบริเวณใกล้ๆ a แทนลงใน $\frac{dy}{dx} = f'(x)$ แล้วดูการเปลี่ยนแปลงของเครื่องหมายของ $f'(x)$

ถ้า $f'(x)$ เปลี่ยนเครื่องหมายจาก **บวก** เป็น **ลบ** $f(a)$ จะเป็น**ค่าสูงสุดสัมพัทธ์**

ถ้า $f'(x)$ เปลี่ยนเครื่องหมายจาก **ลบ** เป็น **บวก** $f(a)$ จะเป็น**ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์**

3. ถ้า $f'(x)$ ไม่มีการเปลี่ยนแปลงของเครื่องหมายใดๆ เลย เราจะเรียกจุด $(a, f(a))$ นี้ว่า **เป็นจุดเปลี่ยนเว้า** (Inflection point)

ตัวอย่าง

จงแสดงการเขียนกราฟเส้นโค้ง $y = x^3 - x^2 - 8x + 6$
แบบคร่าวๆ

วิธีทำ

จาก $y = x^3 - x^2 - 8x + 6$ (1)

1. หาระยะตัดแกน x โดยให้ $y = 0$ แทนลงใน (1)

$$\therefore x^3 - x^2 - 8x + 6 = 0$$

$$(x - 3)(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$x = 3, -1 + \sqrt{3}, -1 - \sqrt{3}$$

$$\therefore \text{จุดตัดแกน } x \text{ คือ } (3, 0), (-1 + \sqrt{3}, 0) \text{ และ } (-1 - \sqrt{3}, 0)$$



วิทยาลัยเทคโนโลยีโพธิ์

ใบความรู้ที่ 11

สูตรการหาอนุพันธ์	สูตรการหาค่าเชิงอนุพันธ์
4. $\frac{d}{dx} cu = c \frac{du}{dx}$	4. $d cu = c du$
5. $\frac{d}{dx} (uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$	5. $d(uv) = u dv + v du$
6. $\frac{d}{dx} \frac{u}{v} = \frac{1}{v^2} \left[v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx} \right]$	6. $d \frac{u}{v} = \frac{1}{v^2} [v du - u dv]$
7. $\frac{d}{dx} u^n = n u^{n-1} \frac{du}{dx}$	7. $du^n = n u^{n-1} du$
8. $\frac{d}{dx} \sin u = \cos u \frac{du}{dx}$	8. $d \sin u = \cos u du$
9. $\frac{d}{dx} \cos u = -\sin u \frac{du}{dx}$	9. $d \cos u = -\sin u du$
10. $\frac{d}{dx} \tan u = \sec^2 u \frac{du}{dx}$	10. $d \tan u = \sec^2 u du$
11. $\frac{d}{dx} \cot u = -\operatorname{cosec}^2 u \frac{du}{dx}$	11. $d \cot u = -\operatorname{cosec}^2 u du$
12. $\frac{d}{dx} \sec u = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$	12. $d \sec u = \sec u \tan u du$
13. $\frac{d}{dx} \operatorname{cosec} u = -\operatorname{cosec} u \cot u \frac{du}{dx}$	13. $d \operatorname{cosec} u = -\operatorname{cosec} u \cot u du$
14. $\frac{d}{dx} \sin^{-1} u = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$	14. $d \sin^{-1} u = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} du$

สูตรการหาอนุพันธ์	สูตรการหาค่าเชิงอนุพันธ์
15. $\frac{d}{dx} \cos^{-1} u = \frac{-1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$	15. $d \cos^{-1} u = \frac{-1}{\sqrt{1-u^2}} du$
16. $\frac{d}{dx} \tan^{-1} u = \frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$	16. $d \tan^{-1} u = \frac{1}{1+u^2} du$
17. $\frac{d}{dx} \cot^{-1} u = \frac{-1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$	17. $d \cot^{-1} u = \frac{-1}{1+u^2} du$
18. $\frac{d}{dx} \sec^{-1} u = \frac{1}{u\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$	18. $d \sec^{-1} u = \frac{1}{u\sqrt{u^2-1}} du$
19. $\frac{d}{dx} \operatorname{cosec}^{-1} u = \frac{-1}{u\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$	19. $d \operatorname{cosec}^{-1} u = \frac{-1}{u\sqrt{u^2-1}} du$
20. $\frac{d}{dx} \log_a u = \frac{1}{u} \log_a e \frac{du}{dx}$	20. $d \log_a u = \frac{1}{u} \log_a e du$
21. $\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \cdot \frac{du}{dx}$	21. $d \ln u = \frac{1}{u} \cdot du$
22. $\frac{d}{dx} a^u = a^u \ln a \frac{du}{dx}$	22. $da^u = a^u \ln a du$
23. $\frac{d}{dx} e^u = e^u \frac{du}{dx}$	23. $de^u = e^u du$

วิทย์ 16

วิธีทำ

$$dy = \frac{1}{3} \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}} dx$$

$$\therefore \text{จาก } f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)dx$$

$$\therefore f(125 + (-1)) \approx f(125) + \frac{1}{3(125)^{\frac{2}{3}}} (-1)$$

$$= \sqrt[3]{125} + \frac{1}{3(\sqrt[3]{125})^2} (-1)$$

$$= 5 - \frac{1}{3(25)}$$

$$\text{ดังนั้น } \sqrt[3]{124} \approx 5 - 0.0133 = 4.9867$$

ดังนั้น ค่าโดยประมาณของ $\sqrt[3]{124}$ คือ 4.9867

ใบความรู้ที่ 12

4. สูตรการอินทิเกรตฟังก์ชันพีชคณิต

(Integration of Algebraic Functions)

ให้ u และ v เป็นฟังก์ชันของตัวแปร x และให้ c เป็นค่าคงที่

1. $\int 0 dx = c$
2. $\int a du = a \int du$ เมื่อ a เป็นค่าคงที่
3. $\int (u \pm v) dx = \int u dx \pm \int v dx$
4. $\int du = u + c$
 $\int dx = x + c$
5. $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$ เมื่อ n เป็นค่าคงที่ และ $n \neq -1$

ตัวอย่าง จงหาค่า $\int (2x^3 - 3x^2 + 4x + 5) dx$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 \int (2x^3 - 3x^2 + 4x + 5) dx &= \int 2x^3 dx - \int 3x^2 dx + \int 4x dx + \int 5 dx \\
 \int (u \pm v) dx &= 2 \int x^3 dx - 3 \int x^2 dx + 4 \int x dx + 5 \int dx \\
 \int c du &= 2 \left(\frac{x^4}{4} \right) - 3 \left(\frac{x^3}{3} \right) + 4 \left(\frac{x^2}{2} \right) + 5x + c \int dx \\
 &= \frac{x^4}{2} - x^3 + 2x^2 + 5x + c
 \end{aligned}$$

ตัวอย่าง จงหาค่า $\int \frac{x^5 + 3x^4 - 2x^2 + 6}{x^2} dx$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ } \int \frac{x^5 + 3x^4 - 2x^2 + 6}{x^2} dx &= \int (x^3 + 3x^2 - 2 + 6x^{-2}) dx \\
 \int (u \pm v) dx &= \int x^3 dx + 3 \int x^2 dx - 2 \int dx + 6 \int x^{-2} dx \\
 \int u^n du &= \frac{x^4}{4} + 3 \left(\frac{x^3}{3} \right) - 2x + 6 \left(\frac{x^{-1}}{-1} \right) + c \\
 &= \frac{x^4}{4} + x^3 - 2x - \frac{6}{x} + c
 \end{aligned}$$

ใบความรู้ที่ 13

การอินทิเกรตฟังก์ชันตรีโกณมิติ

(Integration of Trigonometric Function)

ให้ u เป็นฟังก์ชันของตัวแปร x และให้ c เป็นค่าคงที่มีสูตรเบื้องต้นสำหรับการอินทิเกรตฟังก์ชันตรีโกณมิติ 10 สูตร คือ

1. $\int \sin u \, du = -\cos u + c$
2. $\int \cos u \, du = \sin u + c$
3. $\int \sec^2 u \, du = \tan u + c$
4. $\int \operatorname{cosec}^2 u \, du = -\cot u + c$
5. $\int \sec u \tan u \, du = \sec u + c$
6. $\int \operatorname{cosec} u \cot u \, du = -\operatorname{cosec} u + c$
7. $\int \tan u \, du = \ln|\sec u| + c$
8. $\int \cot u \, du = \ln|\sin u| + c$
9. $\int \sec u \, du = \ln|\sec u + \tan u| + c$
10. $\int \operatorname{cosec} u \, du = \ln|\operatorname{cosec} u - \cot u| + c$

ตัวอย่าง จงหาค่า $\int x \sin(1-3x^2) \, dx$

วิธีทำ $\int x \sin(1-3x^2) \, dx = \int \sin(1-3x^2)(x \, dx)$ แทน**

ใช้สูตร $\int \sin u \, du$

$$u = (1-3x^2)$$

$$du = d(1-3x^2) = -6x \, dx$$

$$\frac{d(1-3x^2)}{-6} = x \, dx^{**}$$

$$= \int \sin(1-3x^2) \cdot \frac{d(1-3x^2)}{-6}$$

$$= -\frac{1}{6} \int \sin(1-3x^2) d(1-3x^2)$$

$$= -\frac{1}{6} [-\cos(1-3x^2)] + c$$

$$= \frac{1}{6} \cos(1-3x^2) + c$$

การอินทิเกรตฟังก์ชันตรีโกณมิติยกกำลังโดยสูตรลดทอน

$$1. \int \sin^n u du = -\frac{1}{n} \sin^{n-1} u \cos u + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} u du \quad \text{เมื่อ } n \geq 2$$

$$2. \int \cos^n u du = \frac{1}{n} \cos^{n-1} u \sin u + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} u du \quad \text{เมื่อ } n \geq 2$$

$$3. \int \tan^n u du = \frac{1}{n-1} \tan^{n-1} u - \int \tan^{n-2} u du \quad \text{เมื่อ } n \geq 2$$

$$4. \int \cot^n u du = \frac{-1}{n-1} \cot^{n-1} u - \int \cot^{n-2} u du \quad \text{เมื่อ } n \geq 2$$

$$5. \int \sec^n u du = \frac{1}{n-1} \sec^{n-2} u \tan u + \frac{n-2}{n-1} \int \sec^{n-2} u du$$

เมื่อ $n > 2$

$$6. \int \operatorname{cosec}^n u du = \frac{-1}{n-1} \operatorname{cosec}^{n-2} u \cot u + \frac{n-2}{n-1} \int \operatorname{cosec}^{n-2} u du$$

เมื่อ $n > 2$

หมายเหตุ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก

ตัวอย่าง จงหาค่า $\int \sin^5 2x dx$

วิธีทำ $\int \sin^5 2x dx$

$$= \int \sin^5 2x \left(\frac{d2x}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \int \sin^5 2x d2x \leftarrow$$

$$\int \sin^n u du$$

$$u = 2x, n = 5$$

$$= \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{5} \sin^4 2x \cos 2x + \frac{4}{5} \int \sin^3 2x d2x \right]$$

$$\int \sin^n u du$$

$$= -\frac{1}{10} \sin^4 2x \cos 2x + \frac{2}{5} \int \sin^3 2x d2x \leftarrow$$

$$u = 2x, n = 3$$

$$= -\frac{1}{10} \sin^4 2x \cos 2x + \frac{2}{5} \left[-\frac{1}{3} \sin^2 2x \cos 2x + \frac{2}{3} \int \sin 2x d2x \right]$$

$$= -\frac{1}{10} \sin^4 2x \cos 2x - \frac{2}{15} \sin^2 2x \cos 2x + \frac{4}{15} \int \sin 2x d2x$$

$$= -\frac{1}{10} \sin^4 2x \cos 2x - \frac{2}{15} \sin^2 2x \cos 2x - \frac{4}{15} \cos 2x + c$$

ใบความรู้ที่ 14

การอินทิเกรตฟังก์ชันชี้กำลัง

(Integration of Exponential Function)

ให้ u เป็นฟังก์ชันของตัวแปร x และให้ c เป็นค่าคงที่มีสูตรเบื้องต้น
สำหรับการอินทิเกรตฟังก์ชันชี้กำลัง 2 สูตร คือ

$$\begin{aligned} 1. \int a^u du &= \frac{a^u}{\ln a} + c \\ 2. \int e^u du &= e^u + c \end{aligned}$$

a เป็นค่าคงที่ใดๆ และ e มีค่าประมาณ 2.71828

ตัวอย่าง จงหาค่า $\int 7^{x^2-3} \cdot x dx$

วิธีทำ $\int 7^{x^2-3} \cdot x dx = \int 7^{x^2-3} (x dx)$ แทน**

ใช้สูตร $\int a^u du$

$u = x^2 - 3, a = 7$

$du = d(x^2 - 3) = 2x dx$

$\frac{d(x^2 - 3)}{2} = x dx$ **

$$= \int 7^{x^2-3} \frac{d(x^2 - 3)}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \int 7^{x^2-3} d(x^2 - 3)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{7^{x^2-3}}{\ln 7} + c$$

$$= \frac{7^{x^2-3}}{2 \ln 7} + c$$

ตัวอย่าง จงหาค่า $\int \frac{3^{\sin 4\theta}}{\sec 4\theta} d\theta$

วิธีทำ $\int \frac{3^{\sin 4\theta}}{\sec 4\theta} d\theta = \int 3^{\sin 4\theta} \left(\frac{d\theta}{\sec 4\theta} \right)$

ใช้สูตร $\int a^u du$

$u = \sin 4\theta, a = 3$

$du = d \sin 4\theta = \cos 4\theta d4\theta$

$= 4 \cos 4\theta d\theta$

$$= \int 3^{\sin 4\theta} (\cos 4\theta d\theta)$$
 แทน**
$$= \int 3^{\sin 4\theta} \cdot \frac{d \sin 4\theta}{4}$$

$$= \frac{1}{4} \int 3^{\sin 4\theta} \cdot d \sin 4\theta$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{3^{\sin 4\theta}}{\ln 3} + c$$

ใบความรู้ที่ 15

เทคนิคการอินทิเกรตทีละส่วน

การหาค่าอินทิเกรต โดยใช้วิธีใช้เทคนิคการอินทิเกรตทีละส่วนนอกจากเราแก้ปัญหา โดยใช้สูตร $\int u dv = uv - \int v du$ แล้ว ตัวถูกอินทิเกรต บางรูปแบบ สามารถนำมาแก้ปัญหาด้วยวิธีลัดแบบตารางได้ ซึ่งวิธีลัดแบบตารางมีอยู่ 2 แบบ ดังต่อไปนี้

เทคนิคการอินทิเกรตทีละส่วนตารางแบบที่ 1

ลักษณะของตารางเป็นดังนี้

D	I
u	dv
*	*
*	*
*	*
*	*
*	*
*	*
0	*

เมื่อเราต้องการอินทิเกรตทีละส่วนโดยใช้ตารางแบบที่ 1 ให้เลือก u และ dv ตามหลักเกณฑ์เดิม ต่อจากนั้นให้นำ u ใส่ในช่อง D และ dv ใส่ในช่อง I และแก้ปัญหาตามลำดับขั้นต่อไปนี้

ตัวอย่าง จงหาค่า $\int x^2 e^{4x} dx$

วิธีทำ

D	I
$x^2 +$	e^{4x}
$2x -$	$\frac{1}{4}e^{4x}$
$2 +$	$\frac{1}{16}e^{4x}$
0	$\frac{1}{64}e^{4x}$

$$\begin{aligned}\therefore \int x^2 e^{4x} dx &= \frac{1}{4} x^2 e^{4x} - \frac{2}{16} x e^{4x} + \frac{2}{64} e^{4x} + c \\ &= \frac{1}{4} x^2 e^{4x} - \frac{1}{8} x e^{4x} + \frac{1}{32} e^{4x} + c\end{aligned}$$

ใบความรู้ที่ 16

การอินทิเกรตโดยการแทนค่าด้วยตรีโกณมิติ

การอินทิเกรตโดยการแทนค่าด้วยตรีโกณมิติ

ตัวอย่าง จงหาค่า $\int \frac{\sqrt{4-9x^2}}{x^4} dx$

วิธีทำ จากรูปแบบ

$$\left. \begin{aligned} 4-9x^2 &= 2^2 - (3x)^2 \\ &= a^2 - u^2 \end{aligned} \right\} a=2, u=3x$$

ดังนั้นเราต้องใช้สูตร

$$u = a \sin \theta$$

และ

$$\sqrt{a^2 - u^2} = a \cos \theta$$

$$3x = 2 \sin \theta$$

$$\sqrt{2^2 - (3x)^2} = 2 \cos \theta$$

$$x = \frac{2}{3} \sin \theta$$

$$\sqrt{4-9x^2} = 2 \cos \theta$$

$$dx = \frac{2}{3} \cos \theta d\theta$$

$$\therefore \int \frac{\sqrt{4-9x^2}}{x^4} dx = \int \frac{2 \cos \theta}{\left(\frac{2}{3} \sin \theta\right)^4} \left(\frac{2}{3} \cos \theta d\theta\right)$$

$$\cos \theta \cdot \cos \theta = 1$$

$$\sin \theta \cdot \cos \theta = 1$$

$$= \int \frac{2 \cos \theta}{\frac{16}{81} \sin^4 \theta} \left(\frac{2}{3} \cos \theta d\theta\right)$$

$$= 2 \left(\frac{81}{16}\right) \left(\frac{2}{3}\right) \int \frac{\cos^2 \theta}{\sin^4 \theta} d\theta$$

$$= \frac{27}{4} \int \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \cdot \frac{1}{\sin^2 \theta} d\theta$$

$$= \frac{27}{4} \int \cot^2 \theta \operatorname{cosec}^2 \theta d\theta$$

ใช้สูตร $\int u^n du$

$$u = \cot \theta, n=2$$

$$d \cot \theta = -\operatorname{cosec}^2 \theta d\theta$$

$$\frac{d \cot \theta}{-1} = \operatorname{cosec}^2 \theta d\theta$$

$$= \frac{27}{4} \int \cot^2 \theta \cdot \frac{d \cot \theta}{-1}$$

$$= -\frac{27}{4} \int \cot^2 \theta d \cot \theta$$

จาก $3x = 2 \sin \theta$

$$\sin \theta = \frac{3x}{2}$$

$$= -\frac{27}{4} \cdot \frac{\cot^3 \theta}{3} + c$$

$$= -\frac{9}{4} \cot^3 \theta + c$$

$$= -\frac{9}{4} \left(\frac{\sqrt{4-9x^2}}{3x}\right)^3 + c$$

$$a=2, u=3x$$

$$v = \sqrt{4-9x^2}$$

$$\cot \theta = \frac{\sqrt{4-9x^2}}{3x}$$

$$= -\frac{9}{4} \cdot \frac{(\sqrt{4-9x^2})^3}{27x^3} + c$$

$$= -\frac{1}{12} \cdot \frac{(\sqrt{4-9x^2})^3}{x^3} + c$$

$$= -\frac{(\sqrt{4-9x^2})^3}{12x^3} + c$$

ใบความรู้ที่ 17

อินทิกรัลจำกัดเขต

ให้ $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วงปิด $[a, b]$ เราจะกล่าวถึงการอินทิกรัลของฟังก์ชัน f ในช่วงปิด $[a, b]$ ได้โดยเรียกว่า เป็นการอินทิกรัลจำกัดเขตจาก a ถึง b เท่านั้น เขียนแทนด้วย

สัญลักษณ์ $\int_a^b f(x) dx$

ทฤษฎีบทหลักมูลของอินทิกรัลแคลคูลัส

เมื่อ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วงปิด $[a, b]$ ถ้า F เป็นฟังก์ชันบนช่วงปิด $[a, b]$ เช่นกัน โดยที่ $F'(x) = f(x)$ แล้ว เราจะได้ว่า

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

ทฤษฎีบทหลักมูลของอินทิกรัลแคลคูลัส เขียนด้วยสัญลักษณ์

$F(x)|_a^b$ แทน $F(b) - F(a)$ ถ้า $F'(x) = f(x)$ แล้ว

$$\int_a^b f(x) dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$$

ตัวอย่าง

จงหา $\int_{-1}^3 (3x^2 - x + 6) dx$

ปฏิยานุพันธ์ของ $3x^2 - x + 6$ คือ $x^3 - \frac{x^2}{2} + 6x$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} & \int_{-1}^3 (3x^2 - x + 6) dx \\ &= \left(x^3 - \frac{x^2}{2} + 6x \right) \Big|_{-1}^3 \\ &= \left[3^3 - \frac{3^2}{2} + 6(3) \right] - \left[(-1)^3 - \frac{(-1)^2}{2} + 6(-1) \right] \\ &= \left(\frac{81}{2} \right) - \left(-\frac{15}{2} \right) = 48 \end{aligned}$$

วิทยาลัยเทคโนโลยี

ใบงานที่ 1

1. กำหนดให้ $f(x) = x^2 - 3x + 2$ จงหาค่าฟังก์ชันต่อไป

1.1 $f(-3)$

1.4 $f(y)$

1.7 $f(y - z)$

1.2 $f(2)$

1.5 $f(a^2)$

1.8 $f(x + h)$

1.3 $f(-4)$

1.6 $f(x^2)$

1.9 $f(2x - 3)$

วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอู่

ใบงานที่ 2

จงหาค่าลิมิตต่อไปนี้

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^2 - 7x + 1}$

3. $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x^2 + x + 5}$

5. $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{\frac{x^2 + 4x + 6}{2x^2 + 1}}$

7. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$

9. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x}$

11. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 9x + 20}{x^2 - 3x - 4}$

13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(a+x)^2 - a^2}{x}$

15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{3}{2}} - 1}{x}$

2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x - 4}{2x - 3}$

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{\frac{x^2 + 5}{x - 1}}$

6. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x + 2}$

8. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$

10. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 4x^2}{x^2 + 2x - 8}$

12. $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 + 9x - 5}{x^2 + 5x}$

14. $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}$

16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{3x}} \left(\frac{\sqrt{3} - \sqrt{3+x}}{\sqrt{3+x}} \right)$

ใบงานที่ 3

จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

1. $y = 4\sqrt{1-x^3}$

2. $y = 2\sqrt[5]{(x^3+1)^2}$

3. $y = \left(\frac{1}{x+1}\right)^5$

4. $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-2}$

5. $y = x^2(x-4)^5$

6. $y = (x+1)(x+4)$

7. $y = (x-9)(3x+2)$

8. $s = (8-7t)(t^2-2)$

9. $w = (s^2+3s-2)(2s^2-s-3)$

10. $y = (2x^4-3x^3+x^2)(x^2+x-5)$

11. $y = (2x-1)(3x+4)(x+7)$

12. $y = \frac{x+2}{x-1}$

13. $y = \frac{x^2-9}{x+3}$

14. $y = \frac{2x+3}{3x+2}$

15. $y = \left(\frac{x-7}{x+4}\right)^{10}$

16. $y = \frac{8x^2-2x+1}{x^2-5x}$

จงหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

(3.3)

1. $y = \tan x \cot x$

3. $y = \frac{2x}{\sin x}$

5. $y = x \tan x + x^2 \cot x$

7. $y = (\operatorname{cosec} x + \sec x)(\sin x \cos x)$

~~2. $y = \sin^2 x$~~

4. $y = 2x \operatorname{cosec} x$

6. $w = \frac{\sin t \tan t}{\sin t + \tan t}$

~~8. $y = x \tan^2 x$~~

วิทยาลัยเทคโนโลยีพนม

ใบงานที่ 5

จากโจทย์ข้อ 1 ถึงข้อ 22 จงหาอนุพันธ์ของ y อันเนื่องมาจากตัวแปรที่เหมาะสม

1. $y = \cos^{-1}(x^2)$

2. $y = \cos^{-1}(1/x)$

3. $y = \sin^{-1} \sqrt{2}t$

4. $y = \sin^{-1}(1-t)$

5. $y = \sec^{-1}(2s+1)$

6. $y = \sec^{-1} 5s$

วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา

ใบงานที่ 6

จงหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้ (3,3)

1. $y = \tan x \cot x$

2. $y = \sin^2 x$

3. $y = \frac{2x}{\sin x}$

4. $y = 2x \operatorname{cosec} x$

5. $y = x \tan x + x^2 \cot x$

6. $w = \frac{\sin t \tan t}{\sin t + \tan t}$

7. $y = (\operatorname{cosec} x + \sec x)(\sin x \cos x)$

8. $y = x \tan^2 x$

จงหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

1. $y = \ln(3t^5 + 4t^3 - 7t)$

2. $y = 4 \ln(2x)$

3. $y = \ln(x^2 + 2)$

4. $y = x^2 \ln(x^2 + 3)$

5. $w = u + \ln u^2$

6. $y = \ln(\ln 2x)$

7. $y = (\ln x^2)^2$

8. $y = x^2 \ln x^2$

9. $y = \frac{x}{\ln x}$

10. $\ln\left(\frac{x}{1+x^2}\right)$

11. $y = \ln(2x^5 + 5)^3$

12. $y = \ln(3x^2 + 5x + 3)^{\frac{2}{3}}$

13. $y = \log_2\left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)$

14. $y = \sqrt{x} \log x^3$

15. $y = x \log x$

16. $y = \log x^4$

จงหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

1. $y = \ln(x + e^x)$

2. $y = (\ln x)e^x$

3. $y = e^{x^2} \ln x^2$

4. $y = 7^{2x}$

5. $y = x \cdot 2^x$

6. $y = 4^{6x^2 - 1}$

7. $y = 6^{e^x}$

8. $y = (1 - x)^{1 - x^{-1}}$

9. $y = (\ln x)^x$

10. $y = x^{x^3}$

11. $y = x^{(\ln x)^{-1}}$

12. $y = e^{3x+4}$

13. $y = e^{3x^2+5}$

14. $y = te^{2t}$

ใบงานที่ 7

14. กำหนดให้ $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$ จงหา y' ที่จุด $(1,1)$

1. กำหนดให้ $y = 2 + 4x + \frac{3}{x^2}$ จงหา y'' และ y'''

2. กำหนดให้ $f(x) = \sqrt{1-x}$ จงหา $f'''(x)$

3. กำหนดให้ $f(x) = \sqrt{3x} + 3x + 3$ จงหา $f'''(x)$

4. กำหนดให้ $y = \frac{x+1}{x-1}$ จงหา $\frac{d^2x}{dx^2}$

5. กำหนดให้ $x^2 + 4y^2 - 16 = 0$ จงหา $\frac{d^2x}{dx^2}$

6. กำหนดให้ $xy + y - x = 4$ จงหา y''

ใบงานที่ 8

1. กำหนดให้ $y = u^2 - u$ และ $u = x - x^2$ จงหา $\frac{dy}{dx}$
2. กำหนดให้ $y = w^{-2}$ และ $w = 2 - x$ จงหา $\frac{dy}{dx}$
3. กำหนดให้ $y = 2t^2 + 5$ และ $x = 3t - 1$ จงหา $\frac{dy}{dx}$
4. กำหนดให้ $y = \frac{\sqrt{t}}{2}$ และ $x = \sqrt{t} + 5$ จงหา $\frac{dy}{dx}$
5. กำหนดให้ $y = 3w^2 - 8w + 4$ และ $w = 3x^2 + 1$ จงหา $\frac{dy}{dx}$ เมื่อ $x = 0$
6. กำหนดให้ $w = u^2$ และ $u = \frac{t+1}{t-1}$ จงหา $\frac{dw}{dt}$ เมื่อ $t = 3$
7. กำหนดให้ $w = u^2 + 1$, $u = 2x^2 + 5$, $x = 3t + 7$ จงหา $\frac{dw}{dt}$
8. กำหนดให้ $3y^4 - 5x = 0$ จงหา $\frac{dy}{dx}$
9. กำหนดให้ $x^{\frac{3}{4}} + y^{\frac{3}{4}} = 7$ จงหา $\frac{dy}{dx}$
10. กำหนดให้ $x^3 + y^3 - 12xy = 0$ จงหา $\frac{dy}{dx}$
11. กำหนดให้ $x^2y^2 = 2$ จงหา y'
12. กำหนดให้ $x = \sqrt{y} + \sqrt[3]{y}$ จงหา y'
13. กำหนดให้ $2xy + y^2 = 0$ จงหา $\frac{dy}{dx}$ ที่จุด $(1, -2)$

ใบงานที่ 9

1. จงหาความชันของเส้นสัมผัสกราฟ เมื่อกำหนดค่า x หรือจุดสัมผัส ดังนี้

1.1 $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$ เมื่อ $x = 1$ และ $x = -3$

1.2 $f(x) = 3x^2 + 4x - 8$ ที่จุด $(0, -8)$ และ $(-3, 7)$

1.3 $f(x) = 25 - 3x - x^2$ เมื่อ $x = 2$ และ $x = \frac{1}{2}$

วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา

ใบงานที่ 10

4. จงหาค่าต่ำสุดหรือสูงสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้

4.1 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

4.2 $f(x) = 3x^5 - 5x^3$

4.3 $f(x) = \frac{x^2}{1-x}$

4.4 $f(x) = x^{\frac{4}{3}}$

วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา

ใบงานที่ 11

จงหาค่าเชิงอนุพันธ์(dy)

1. $y = 2x^2 - 3$

2. $y = 3\sqrt{x} + 8$

3. $y = 3 + 3x - x^3$

4. $y = x\sqrt{x}$

5. $y = \sqrt{x}(3 - x)^4$

6. $y = (x + 3)^2(x^2 - 5)^3$

วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอโยธยา

ใบงานที่ 12

จงหาค่าอินทิเกรตต่อไปนี้

1. $\int (x^2 + 3x + 5) dx$

2. $\int (x^4 - 2x + \sqrt{x}) dx$

3. $\int 3(3x - 5)^2 dx$

4. $\int 2x(x^2 + 12)^2 dx$

5. $\int (x + 1)\sqrt{x^2 + 2x} dx$

6. $\int x(x + 1)^2 dx$

7. $\int (x^2 + 5)(x - 3) dx$

8. $\int \frac{3}{(3x - 1)^3} dx$

9. $\int \sqrt{x + 10} dx$

10. $\int x^4 (27 + x^5)^{\frac{1}{3}} dx$

ใบงานที่ 13

จงหาค่าอินทิเกรตต่อไปนี้

1. $\int \sin^3 \frac{x}{2} dx$

2. $\int \cos^3 x dx$

3. $\int \cos^4 \frac{x}{2} dx$

4. $\int \sin^2 ax dx$

วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา

ใบงานที่ 14

จงหาค่าอินทิเกรตต่อไปนี้

1. $\int 8^{3x} dx$

2. $\int \sqrt{e^x} dx$

3. $\int x e^{3x^2-1} dx$

4. $\int (2x+1) \cdot 3^{4x^2+4x} dx$

วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา

ใบงานที่ 15

จงหาค่าอินทิเกรตต่อไปนี้

1. $\int x \cos^2 \frac{x}{2} dx$

2. $\int x \sec^2 x dx$

3. $\int x^2 \cos x dx$

4. $\int e^x \sin 4x dx$

ใบงานที่ 16

จงหาค่าอินทิเกรตต่อไปนี้

1. $\int \frac{dx}{4x^2 + 25}$

2. $\int \frac{x^2 dx}{7 - x^6}$

3. $\int \frac{dx}{\sqrt{9 - (x - 4)^2}}$

4. $\int \frac{dx}{x(4 + \ln^2 x)}$

5. $\int \frac{dy}{y\sqrt{16y^2 - 1}}$

6. $\int \frac{dx}{x^2 - 8x + 7}$

วิทยาลัยเทคโนโลยีพณิชยการอยุธยา

ใบงานที่ 17

จงหาค่าอินทิกรัลจำกัดเขตต่อไปนี้

$$1 \quad \int_0^2 (1+x)^4 dx$$

$$2 \quad \int_{-1}^2 (5x^2 + 3x - 6) dx$$

$$3 \quad \int_{-1}^1 (2x^2 + 3) dx$$

$$4 \quad \int_0^1 (5x^3 - 3x^2 + 8) dx$$

$$5 \quad \int_{-2}^2 (x^3 + 2x^2 - 4x + 3) dx$$